

OVER HET GEWENSTE RENDEMENT VAN INVESTERINGEN

door Drs. J. Koerts en Drs. L. W. Kokee

Inleiding

Een van de meest actuele vraagstukken in de bedrijfseconomie - in het bijzonder op het terrein van de financiering - is wel de problematiek met betrekking tot het selecteren van investeringsprojecten.

Het noodzakelijk geachte minimale rendement van investeringen neemt daarbij een voorname plaats in.

Ter gelegenheid van de laatste Dies Natalis van de Tilburgse Hogeschool heeft Prof. dr. C. H. Scheffer een rede aan het gewenste rendement van investeringen gewijd.

Op zeer overzichtelijke wijze worden een aantal methoden, waaronder de benaderingswijze van Gordon en Shapiro, ter bepaling van de gewenste rendementsvoet besproken.

De door Gordon en Shapiro¹⁾ gegeven afleiding van de gewenste rendementsvoet wordt door Scheffer (in voetnoot acht) geheel opgenomen.

Het komt ons voor dat het degenen die van deze oplossing kennis willen nemen - dit zullen zowel praktijkmensen als studenten zijn - niet gemakkelijk wordt gemaakt.

Ervaringen bij het hoger onderwijs leerden dat het gebruik van bijvoorbeeld e-machten en integralen bij deze afleiding voor velen helaas een goed begrip in de weg staan.

Deze e-machten en integralen ontstaan overigens door de *continue* benadering van dit in wezen discrete probleem.

Doel van dit artikel

Het doel van dit artikel is te laten zien, dat er een veel eenvoudiger en voor iedereen begrijpelijker afleiding te geven is, die bovendien geen benadering, doch een theoretisch juiste uitkomst geeft.

Een beoordeling van de bedrijfseconomische merites van deze theorie en de eraan ten grondslag liggende veronderstellingen zal derhalve niet worden gegeven.

Bij de afleiding worden de volgende symbolen gebruikt:

- (1) P_0 = de prijs van een aandeel op tijdstip $t = 0$
- (2) D_t = het verwachte dividend op tijdstip t
- (3) k = de gewenste rendementsvoet
- (4) Y_t = het inkomen per aandeel op tijdstip t .

De methode van Gordon en Shapiro berust op twee veronderstellingen:

Veronderstelling I: Een vast percentage b van de jaarwinst Y_t wordt in de onderneming geïnvesteerd;

Veronderstelling II: De jaarwinst Y_t is een vast percentage r van het eigen vermogen.

De gewenste rendementsvoet wordt nu afgeleid uit de volgende vergelijking:

$$(5) \quad P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

1) Capital equipment analysis: The required rate of profit. Management Science, october 1956.

Vergelijking (5) brengt tot uitdrukking dat men die waarde van k de gewenste rendementsvoet noemt die de contante waarde van de stroom van te verwachten dividenden gelijk maakt aan de prijs van het aandeel.

Het kan nuttig zijn op te merken dat de gehele nu volgende afleiding gebaseerd is op de veronderstellingen I en II en vergelijking (5).

In formule (5) komt de grootheid D_t voor, het verwachte dividend. Dit verwachte dividend is gelijk aan dat deel van de winst per aandeel dat wordt uitgekeerd. In een formule - en gebruikmakend van veronderstelling I - luidt dit:

$$(6) \quad D_t = Y_t - bY_t = (1 - b)Y_t;$$

waarbij bY_t dat deel van het inkomen per aandeel voorstelt dat niet wordt uitgekeerd.

In vergelijking (6) komt dus de grootheid Y_t (inkomen per aandeel op tijdstip t) voor. Dit inkomen kan, gebruikmakend van veronderstelling II als volgt worden bepaald:

$$(7) \quad Y_t = Y_{t-1} + rbY_{t-1} = Y_{t-1} + gY_{t-1}.$$

Vergelijking (7) zegt niets anders dan dat het inkomen per aandeel op tijdstip t gelijk is aan het inkomen op $t-1$ plus $r\%$ van het inkomen dat werd geherinvesteerd op tijdstip $t-1$.

Daar het bedrijf elk jaar een netto investering doet gelijk aan het niet uitgekeerde deel van de winst bY_{t-1} , stijgt dus het eigen- (en totale) vermogen met dit zelfde bedrag.

Volgens veronderstelling II levert dit additionele vermogen het volgende tijdstip een extra inkomen op gelijk aan $r\%$ van bY_{t-1} ofwel een bedrag van rbY_{t-1} .

We gaan nu vergelijking (7) wat nauwkeuriger bezien. Veronderstel dat het vermogen van de onderneming op tijdstip $t=0$ gelijk is aan Y_0 . Het inkomen per aandeel op tijdstip $t=1$ is dan:

$$(8) \quad Y_1 = Y_0 + gY_0 = (1 + g)Y_0.$$

In periode $t = 2, 3, \dots$ etc. krijgen we dus:

$$(9) \quad Y_2 = Y_1 + gY_1 = (1 + g)Y_1 = (1 + g)(1 + g)Y_0 = (1 + g)^2Y_0.$$

$$(10) \quad Y_3 = Y_2 + gY_2 = (1 + g)Y_2 = (1 + g)(1 + g)^2Y_0 = (1 + g)^3Y_0.$$

De algemene formule voor Y_t naar analogie van (8) en (9) luidt als volgt:

$$(11) \quad Y_t = (1 + g)^t Y_0.$$

We kunnen nu de uitdrukking voor Y_t gegeven in (11) substitueren in vergelijking (6); we verkrijgen dan de volgende uitdrukking voor D_t :

$$(12) \quad D_t = (1 - b)Y_t = (1 - b)(1 + g)^t Y_0.$$

We keren nu terug naar vergelijking (5) en substitueren daarin de uitdrukking voor D_t gegeven in 12. Verkregen wordt dan:

$$\begin{aligned} (13) \quad P_0 &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1 + k)^t} \\ &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-b)(1+g)^t}{(1+k)^t} Y_0 \\ &= \frac{(1-b)(1+g)}{(1+k)} Y_0 + \frac{(1-b)(1+g)^2}{(1+k)^2} Y_0 + \frac{(1-b)(1+g)^3}{(1+k)^3} Y_0 + \dots \\ &= (1-b)Y_0 \left[\frac{1+g}{1+k} + \frac{(1+g)^2}{(1+k)^2} + \frac{(1+g)^3}{(1+k)^3} + \dots \right]. \end{aligned}$$

De uitdrukking tussen rechte haken is een som van oneindig veel termen. Een dergelijke reeks heeft alleen een eindige som als de termen in de reeks steeds kleiner worden. Nauwkeuriger gezegd: we hebben hier te maken met een meetkundige reeks met een rede gelijk aan $\frac{1+g}{1+k}$. Een dergelijke reeks heeft alleen een eindige som indien $\frac{1+g}{1+k} < 1$.

Zoals bekend bestaat er een eenvoudige formule voor de som van een dergelijke reeks:

$$(14) \quad S_n = \left(\frac{a}{1-r} \right),$$

waarbij a de eerste term van de reeks voorstelt en r de rede.

De som in (13) is dan ook gelijk aan:

$$(15) \quad P_0 = (1-b)Y_0 \times \frac{\frac{1+g}{1+k}}{1 - \frac{1+g}{1+k}} = (1-b)Y_0 \times \frac{\frac{1+g}{1+k}}{\frac{1+k-1-g}{1+k}} =$$

$$= \frac{1+g}{k-g} (1-b)Y_0.$$

Hieruit volgt dat:

$$(16) \quad P_0 = \frac{1+g}{k-g} (1-b)Y_0 = \frac{1+g}{k-g} D_0.$$

Volgens vergelijking (12) nl. is $D_0 = (1-b)Y_0$.

De gewenste rendementsvoet wordt nu als volgt verkregen:

$$(17) \quad \begin{aligned} (k-g)P_0 &= (1+g)D_0 \\ kP_0 - gP_0 &= (1+g)D_0 \\ kP_0 &= (1+g)D_0 + gP_0 \end{aligned}$$

$$k = \frac{(1+g)D_0}{P_0} + g.$$

Dit resultaat is niet geheel gelijk aan dat van Gordon en Shapiro, hetgeen uiteraard een gevolg is van onze discrete aanpak. Voordelen hiervan zijn dat geen benaderingen worden verkregen, zoals bij G & S en dat de afleiding bovendien wiskundig eenvoudiger is, hetgeen voor een goed begrip van dit bedrijfseconomische vraagstuk van belang kan zijn.