NETWERKPLANNINGTECHNIEKEN IV
Stochastische tijdsduren en netwerkplanning

door Drs. A. Bosman en Drs. K. Wezeman

10 Inleiding

In dit laatste artikel zullen wij ons in het bijzonder bezighouden met de moeilijkheden, van voornamelijk statistische aard, die bij toepassing van PERT kunnen rijzen. In de volgende paragraaf zullen de belangrijkste van deze moeilijkheden in het kort worden gesignaleerd. In de daaropvolgende paragraaf zal één van deze moeilijkheden meer in detail worden besproken, terwijl in de laatste paragraaf een procedure wordt behandeld om, zij het dan op een ruwe maar snelle wijze, het al of niet optreden van deze moeilijkheid te signaleren.

11 De PERT veronderstellingen[1])

In navolging van MacCrimmon en Ryavec kan men een onderscheid maken in de PERT veronderstellingen die betrekking hebben op de afzonderlijke activiteiten en die, welke voor het gehele netwerk gelden. Ten aanzien van de veronderstellingen betrekking hebbende op de afzonderlijke activiteiten doen zich de volgende mogelijkheden tot het maken van fouten voor[2]).

a) De veronderstelling dat de activiteitsduur onderworpen is aan een β-verdeling kan onjuist zijn.

b) De drie geschatte tijden kunnen onnauwkeurig zijn.

c) De veronderstelling dat de standaarddeviatie gelijk is aan 1/6 van de variatiebreedte kan onjuist zijn, in welk geval ook de verwachtingswaarde fout is. De formule voor de berekening van de verwachtingswaarde werd nl. gevonden door de standaarddeviatie bekend te veronderstellen. Wij zullen in het kort enige van de resultaten van het onderzoek van MacCrimmon en Ryavec hier weergeven, zodat de lezer een indruk krijgt van de grootte van de fouten die kunnen optreden. Terecht merken beide auteurs op dat de keuze van de β-verdeling vrij arbitrair is en dat de reden ervoor moet worden gezocht in bepaalde heuristische overwegingen, „since it posseses certain features which an actual activity distribution could be expected to possess"[3]). Men gaat er nl. vanuit dat de verdelingsfunctie van de activiteitsduur aan drie eigenschappen moet voldoen, de verdeling moet unimodaal, continu en eindig zijn voor positieve waarden van t. Aan deze drie voorwaarden voldoet de β-verdeling, maar ook enkele andere, zoals bijv. een rechthoekige verdeling[4]). Afwijkingen van de veronderstelde β-verdeling hebben alleen invloed op de uitkomsten van de berekening, indien de modus ligt in de buurt van één van de beide eindpunten van de verdeling, d.w.z. indien deze

---

[1]) De uiteenzetting in deze paragraaf steunt voor een belangrijk deel op de studie van K. R. MacCrimmon en C. A. Ryavec: *An Analytical Study of the PERT Assumptions*, The Rand Corporation, Memorandum RM-3408-PR, Santa Monica 1962.

[2]) John E. Murray: *Consideration of PERT Assumptions*, Conductron Corporation, Ann Arbor 1962, komt tot vrijwel analoge conclusies als MacCrimmon en Ryavec.

[3]) MacCrimmon en Ryavec, t.a.p., p. 7.

[4]) Deze verdeling blijkt om verschillende redenen, ondermeer omdat het gemiddelde en de standaarddeviatie gelijktijdig kunnen worden bepaald, beter te voldoen dan de β-verdeling.

extreem scheef naar links of rechts zou zijn. Dit laatste is in de hier besproken toepassing niet waarschijnlijk. Onder de veronderstelling dat[5]):

(1) $| \frac{1}{2} - m | \leqq 1/6$

bleek het berekende gemiddelde ongeveer 10% van de variatiebreedte van het werkelijke gemiddelde te liggen. Gaat men ervan uit dat deze fouten elkaar geheel of gedeeltelijk kunnen compenseren dan blijkt de som van de mogelijke positieve en negatieve fouten - de netto fout - ongeveer 5% van de variatiebreedte te bedragen[6]).

Voor fouten in de schattingen van de drie tijdsduren van 10 en 20% blijkt de netto fout in het gemiddelde slechts 1,6% van de variatiebreedte en die van de standaarddeviatie maar 5% daarvan te bedragen. Fouten ten gevolge van de derde hiervoor genoemde oorzaak, nl. $\sigma \neq 1/6\ (b_{ij} - a_{ij})$, blijken - voor waarden van de modus die voldoen aan (1) en compensatie in dit geval buiten beschouwing latende - voor het gemiddelde 11,1% en voor de standaarddeviatie 12,1% van de variatiebreedte te bedragen[7]). Aangezien, zoals reeds werd opgemerkt, de fouten elkaar voor een deel zullen opheffen, zal de totale fout uit hoofde van de drie genoemde oorzaken, rekening houdende met de daarbij gemaakte veronderstellingen, veelal niet veel groter zijn dan 15%.

De veronderstellingen waaraan t.a.v. het gehele netwerk moet worden voldaan, wil men PERT kunnen toepassen, zijn de volgende.

1 Het kritieke pad in het netwerk is zoveel langer dan elk ander pad daarin, dat de kans dat een van deze paden kritiek wordt kan worden verwaarloosd.
2 Het kritieke pad omvat zoveel activiteiten, dat men mag veronderstellen dat de afwijkingen van de knooppuntmomenten normaal zijn verdeeld.

Aan dit laatste punt zal hier verder geen aandacht worden geschonken. In de volgende twee paragrafen zal op de problemen rond het eerste punt nader worden ingegaan. Daaraan voorafgaande willen wij er op wijzen dat de lengte van het kritieke pad, berekend op de in par. 8 uiteengezette wijze, hooguit gelijk maar meestal kleiner zal zijn dan het werkelijke gemiddelde.

Deze conclusie vloeit voort uit het feit dat geldt:

(2) $E \max. [t_1, t_2, t_3, \ldots . \quad , t_n] \geqq \max. [E(t_1), E(t_2), E(t_3), \ldots E(t_n)]$

waarin t = de activiteitsduur
n = het aantal activiteiten.

12 De mate van kritiekheid der activiteiten

Bij de hier besproken wijze van berekening van het kritieke pad in PERT wordt alleen gebruik gemaakt van de verwachtingswaarde van de activiteitsduur. Deze berekening krijgt daardoor een gedetermineerd karakter, omdat het stochastische element, met name de variantie, buiten beschouwing wordt gelaten. De variantie van de knooppuntmomenten wordt gevonden door sommering van de varianties van de activiteiten die deze knooppuntmomenten bepalen. Stel nu dat de varianties van de andere activiteiten veel groter zijn en dat de som van de verwachtingswaarden der activiteitsduren op de andere paden in het netwerk tot waarden

[5]) De variatiebreedte wordt in dit geval weergegeven door het interval [0,1].
[6]) MacCrimmon en Ryavec, t.a.p., p. 11.
[7]) MacCrimmon en Ryavec, t.a.p., pp. 13 en 14.

leidt die slechts weinig afwijken van die van het kritieke pad. In dat geval is de kans dat een van de andere paden kritiek wordt zo groot, dat men deze kans niet mag verwaarlozen. Dit betekent dat er in een netwerk meerdere paden zijn die kritiek kunnen worden. Als dit aantal relatief groot wordt, wordt de kans op het kritiek worden van elk pad uiteraard weer klein. Aangezien deze paden voor een deel zullen en kunnen bestaan uit dezelfde activiteiten ligt het voor de hand, in het geval van stochastische activiteitsduren, meer aandacht te besteden aan de kans dat een activiteit op het langste pad zal liggen, een kans die hier verder wordt aangeduid als de *mate van kritiekheid* van een bepaalde activiteit, dan aan het begrip kritieke pad als zodanig. De mate van kritiekheid der afzonderlijke activiteiten zou tevens een goede remplaçant kunnen zijn voor het begrip speelruimte, zoals dit wordt gehanteerd bij CPS.

Het grote probleem hierbij is de berekening van de mate van kritiekheid der activiteiten. Nog afgezien van het probleem van de vorm van de verdelingsfunctie van de activiteitsduur, is de exacte berekening van deze mate van kritiekheid per activiteit een zeer rekenintensieve opgave. In een netwerk met 6 activiteiten en drie tijdschattingen zijn er reeds $3^6 = 729$ combinaties van activiteitsduren mogelijk. Deze moeten per pad met elkaar worden vergeleken om vast te stellen hoe vaak alle mogelijke duren van een pad groter of gelijk zijn aan die van alle mogelijke duren van andere paden. Deze score wordt dan aan de activiteiten op het pad toegerekend. Het aantal mogelijke combinaties op het aantal van deze scores per activiteit geeft dan de mate van kritiekheid van een activiteit weer. Een bijkomende moeilijkheid bij deze berekening is, dat er stilzwijgend van wordt uitgegaan, dat de kansen voor een bepaalde activiteitsduur om te worden gerealiseerd uniform zijn verdeeld. Dit is in strijd met het uitgangspunt van PERT, zodat voor de bepaling van de duren per activiteit met behulp van toevalsgetallen een trekking uit de verdelingsfunctie zou moeten worden gedaan. Deze trekking zou men dan per activiteit echter een aantal keren moeten herhalen om een zekere mate van betrouwbaarheid te verkrijgen. Doet men dit, dan past men het principe van de Monte-Carlo techniek toe. Toepassing van deze techniek biedt het voordeel dat men verschillende verdelingsfuncties voor de activiteitsduren kan gebruiken, terwijl men door de keuze van het aantal trekkingen zelf de nauwkeurigheid kan vaststellen. Aangezien het aantal trekkingen altijd groot zal moeten zijn, kan men er van uitgaan dat de afwijkingen rond de verwachtingswaarden normaal zullen zijn verdeeld. Dit betekent dat de betrouwbaarheid van de schatting toeneemt met de inverse van de wortel uit het aantal trekkingen. In het geval men met een zekerheid van 95% wenst dat de verwachtingswaarde ligt binnen een grens van $\frac{\sigma_x}{50}$ van het werkelijke gemiddelde zal het aantal trekkingen $N = 10.000$ zijn.

De mogelijke fouten die in een PERT netwerk voorkomen zijn mede afhankelijk van de vorm van het netwerk. Wij zouden in dit geval drie vormen kunnen onderscheiden.

1 Een netwerk bestaande uit slechts één pad, dat uiteraard tevens het kritieke zal zijn. De fout die dan wordt gemaakt is dezelfde als die op het niveau van de afzonderlijke activiteiten.
2 Een netwerk bestaande uit twee of meer paden, die echter onderling, afgezien

van het begin- en eindknooppunt van het netwerk, niet zijn verbonden. Berekeningen zijn uitgevoerd voor kleine netwerken, de fout bleek in dit geval bijna 20% te bedragen. Het werkelijke gemiddelde van het netwerk bleek bijna 20% hoger te liggen dan het door PERT berekende gemiddelde[8]). Deze fout neemt toe naarmate er meer paden worden toegevoegd.

3 Een netwerk bestaande uit twee of meer paden die onderling zijn verbonden, Door de afhankelijkheid tussen de paden, d.w.z. de correlatie tussen de verschillende activiteiten, daalt de fout die men maakt, in overeenkomstige situatie als hierover onder punt 2 genoemd, tot 15%[8]).

Al deze berekeningen werden uitgevoerd onder de voorwaarde dat alle paden even lang, d.w.z. kritiek, waren. Laat men dit uitgangspunt los, dan daalt de fout aanzienlijk, met meer dan 50% als er speelruimte op een pad ontstaat in de grootte van 1/4 van de lengte van het kritieke pad. Is de speelruimte 50% van de lengte van het kritieke pad dan is de grootte van de fout verwaarloosbaar klein.

Gegeven dit feit en de grootte van de hier vermelde onnauwkeurigheden rijst de vraag of de kosten van de op de rekenmachine zeer veel tijd vergende Monte-Carlo simulatie opwegen tegen de waarde van de extra informatie die men krijgt. Van Slyke, die met deze techniek heeft geëxperimenteerd, deelt mede dat de berekeningen voor een netwerk van 200 activiteiten met 10.000 trekkingen uit een rechthoekige verdeling op een IBM 7090 ongeveer 20 minuten in beslag namen[9]). Het grootste deel van deze tijd werd in beslag genomen door het genereren van toevalscijfers, zodat de machinetijd, voor een gegeven omvang van het aantal trekkingen, een lineaire functie is van het aantal activiteiten. In het geval van 1000 activiteiten zou dit betekenen dat de machinetijd 100 minuten zou worden. Een en ander nog afgezien van de tijd noodzakelijk voor het schrijven van het programma. Om die reden hebben wij gezocht naar een minder machinetijd eisende procedure voor de vaststelling van de mate van kritiekheid van een bepaalde activiteit. In de volgende paragraaf zal zo'n procedure worden beschreven, die minder nauwkeurige resultaten geeft dan de toepassing van de Monte-Carlo-techniek, maar die, gegeven de grootte van de onnauwkeurigheden, een duidelijke indicatie kan geven over de mate van kritiekheid van een bepaalde activiteit.

13 Het pad met de grootste variantie

Uitgangspunt van de door ons opgestelde procedure is dat er naast het pad met de grootste som van de verwachtingswaarden der activiteiten, tevens een pad in het netwerk zal zijn met de grootste som der varianties. Dit pad kan op dezelfde manier worden bepaald als het zgn. kritieke pad. Zoals men bij deze laatste de varianties van de activiteiten op dit pad „meeneemt" als een aanduiding voor de grootte van de spreiding op de knooppuntmomenten, zo kan men bij de bepaling van het pad met de maximum variantie de daarbij behorende verwachtingswaarden van de activiteiten „meenemen".

---

[8]) MacCrimmon en Ryavec, t.a.p., pp. 21 e.v. en de bijlagen H en I.

[9]) Richard van Slyke: „Monte Carlo Methods and the PERT Problem"; *Operation Research*, Vol 11, nr. 5, ook verschenen als, *Uses of Monte Carlo in PERT*, Memorandum RM-3367-PR, Rand Corporation, Santa Monica 1963.

Wij vinden dan per knooppunt i vier grootheden:

1 Het vroegst mogelijke startmoment t_i^e.
2 De daarbij behorende variantie $\sigma^2(t_i^e)$.
3 De grootste variantie $\sigma^2_{max.}(t_i^e)$.
4 De tijd behorende bij de grootste variantie $t_i^e(\sigma^2)$.

De mate van kritiekheid van een activiteit wordt nu gevonden door de kans P te berekenen van de gestandaardiseerde x, die als volgt wordt bepaald:

$$(3) \qquad x = \frac{t_i^e - t_i^e(\sigma^2)}{\sqrt{\sigma^2(t_i^e) + \sigma^2_{max.}(t_i^e) + 2\sigma^2(t_{ij})}}$$

Wij gaan er in dit geval van uit dat bij x = 0 een P behoort van 100%, d.w.z. de mate van kritiekheid van de betreffende activiteit is van dien aard dat deze wordt geacht op het kritieke pad te liggen. Dat in formule (3) in de teller geen $E(t_{ij})$ voorkomt heeft een rekenkundige oorzaak. Zowel t_i^e als $t_i^e(\sigma^2)$ moeten met de waarde van $E(t_{ij})$ worden verhoogd, hetgeen op de uitkomst van de teller in (3) verder geen invloed heeft[10]). De mate van kritiekheid die langs deze weg wordt gevonden, duiden wij verder aan met P_x. Voor de berekening moet aan de voorwaarde worden voldaan dat de activiteitsduren onafhankelijke stochastische grootheden zijn. In navolging van het merendeel der netwerkplanningliteratuur gaan wij er vanuit dat dit het geval is. Gegeven deze wijze van berekenen zal voor het geval i = 0 een kans van 100% worden gevonden. Dit betekent dat alle activiteiten met dit nummer als eerste knooppunt kritisch zullen worden.

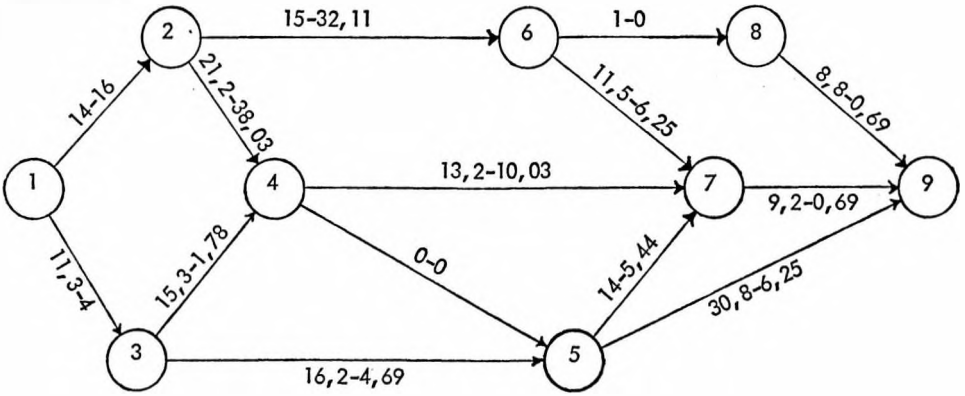
De P_x en P_y in ons voorbeeld, uitgaande van de cijfers vermeld in tabel V, zijn weergegeven in tabel VII. (De getallen P_x en P_y moeten met 100 worden vermenigvuldigd om de kans in procenten te vinden). P_y geeft de kans weer dat de afhankelijke speelruimte > 0 zal zijn, P_x de kans dat een activiteit kritisch zal worden of blijven.

Tabel VII

Activiteit	P_x	P_y	Activiteit	P_x	P_y
0,1	1	0,32	8,10	0,53	0,95
0,2	1	0,97	9,11	0,52	0,80
1,2	1	0,76	10,12	0,54	0,83
2,3	0,52	0,96	11,13	0,53	0,66
2,4	0,64	0,97	12,14	0,54	0,77
2,5	0,59	0,97	13,14	0,53	0,56
3,4	0,52	0,74	14,15	0,26	0,99
3,5	0,52	0,62	14,16	0,29	0,91
4,6	0,46	0,85	15,18	0,26	0,93
5,7	0,63	0,90	16,17	0,31	0,81
6,7	0,46	0,50	17,19	0,34	0,76
6,8	0,51	0,95	18,19	0,26	0,70
7,9	0,51	0,92	19,20	0,34	0,81

[10]) Door deze manipulatie behoeven wij tevens niet verder in te gaan op de vraag of $t_i^e + t_{ij}$ en $t_i^e(\sigma^2) + t_{ij}$ wel normaal zijn verdeeld.

De vraag rijst in hoeverre de hier besproken methode voor het berekenen van de mate van kritiekheid afwijkt van de resultaten gevonden met behulp van Monte-Carlo simulatie. Aangezien wij nog niet beschikken over een programma om een dergelijke simulatie uit te voeren, was de enige methode om dit te controleren een voorbeeld van Van Slyke met behulp van onze methode na te rekenen[11]). Het netwerk is getekend in figuur 7. De bij de activiteiten vermelde getallen geven respectievelijk de $E(t_{ij})$ en de $\sigma^2(t_{ij})$ weer. In tabel VIII staat de P_x en de door Van Slyke berekende mate van kritiekheid per activiteit aangegeven, alsmede de t_i^l en de t_i^e (σ^2).



Figuur 7

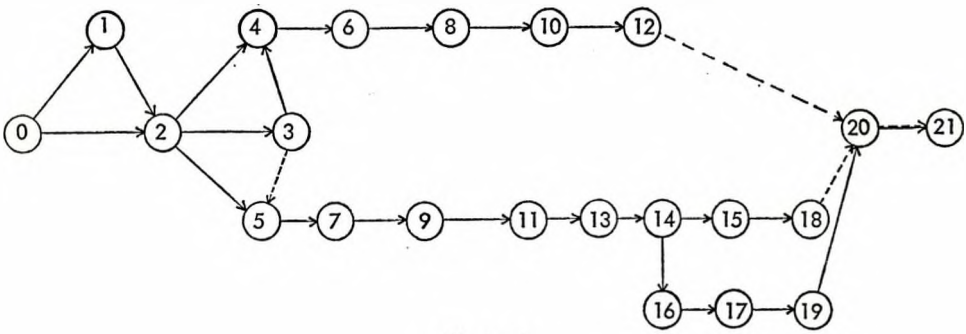
Tabel VIII

Activiteit	P_x	De mate van kritiekheid volgens Van Slyke.	t_i^e	t_i^e (σ^2)
1,2	1	0,737	0	0
1,3	1	0,263	0	0
2,4	1	0,709	14	14
2,6	1	0,028	14	14
3,4	1	0,263	11,3	11,3
3,5	1	0,216	11,3	11,3
4,5	1	0,739	35,2	35,2
4,7	1	0,017	35,2	35,2
5,7	1	0,011	35,2	35,2
5,9	1	0,944	35,2	35,2
6,7	1	0,028	29	29
6,8	1	0	29	29
7,9	0,94	0,056	49,2	48,3
8,9	1	0	30	30

11) Van Slyke, t.a.p., Appendix.

Een vergelijking van de uitkomsten geeft de indruk dat onze wijze van berekenen weinig selectief is en tot een overschatting van de kans leidt. Dit laatste kan niet worden ontkend, het eerste menen wij te moeten betwijfelen. De oorzaak van de merkwaardige uitkomsten van onze berekening in dit geval blijkt duidelijk uit tabel VIII, nl. de waarden van t_i^e en $t_i^e(\sigma^2)$ zijn vrijwel voor alle knooppunten dezelfde.

Dit laatste is een gevolg van de constructie van het netwerk, waarin het langste pad en het pad met de grootste variantie gedeeltelijk samenvallen, maar waar bovendien het langste pad, voorzover het van het pad met de grootste variantie verschilt, de daarin niet opgenomen knooppuntmomenten niet bepaalt. Om het selectieve karakter van onze procedure te testen, hebben wij het netwerk van ons voorbeeld zodanig veranderd, dat er meer parallelle paden ontstaan (zie fig. 8). Dit betekent, gegeven onze voorgaande uiteenzetting, dat de mate van kritiekheid per activiteit in het algemeen zal toenemen. Uit tabel IX, waarin opgenomen uit het voorbeeld in figuur 8 de $E(t_{ij})$, $\sigma^2(t_{ij})$ en P_x, blijkt na vergelijking met tabel



Figuur 8

Tabel IX

Activiteit	$E(t_{ij})$	$\sigma^2(t_{ij})$	P_x	P_{ij}	Activiteit	$E(t_{ij})$	$\sigma^2(t_{ij})$	P_x	P_{ij}
(0,1)	4,0	1,0	1,0	0,90	(9,11)	2,3	0,44	0,67	0,77
(0,2)	4,5	2,5	1,0	0,96	(10,12)	0,7	0,10	0,54	0,69
(1,2)	2,0	0,11	1,0	0,73	(11,13)	1,1	0,06	0,68	0,63
(2,3)	5,0	1,0	0,52	0,96	(13,14)	0,5	0,01	0,68	0,56
(2,4)	5,5	3,36	0,64	0,95	(14,15)	5,0	1,0	0,70	1,0
(2,5)	5,2	2,25	0,59	0,95	(14,16)	3,8	2,25	0,72	0,89
(3,4)	1,2	0,03	0,52	0,72	(15,18)	2,2	0,25	0,70	0,98
(3,5)	0,0	0,0	0,52	0,52	(16,17)	2,5	0,69	0,73	0,80
(4,6)	3,0	0,44	0,46	0,85	(17,19)	2,1	0,84	0,74	0,75
(5,7)	3,3	1,0	0,63	0,86	(19,20)	2,5	0,25	0,74	0,80
(6,8)	2,7	1,0	0,51	0,83	(12,20)	10,9	14,06	0,73	1,0
(7,9)	4,0	1,0	0,66	0,90	(18,20)	0,0	0,0	0,70	0,92
(8,10)	2,5	0,69	0,53	0,83	(20,21)	0,0	0,0	0,53	0,50

VII, de mate van kritiekheid van de laatste activiteiten inderdaad te zijn toegenomen[12]).
Tussen de grootte van P_x en P_y bleek in beide hier behandelde netwerken, nl. die in de figuren 1 en 8, geen verband te bestaan. Aangezien deze figuren als voorbeelden zijn geconstrueerd, is het zeer goed mogelijk dat in de praktijk een dergelijk verband wel kan worden waargenomen. Erg waarschijnlijk is dit overigens niet, omdat er dan een verband zou moeten bestaan tussen t_i^l en $t_i^e(\sigma^2)$. Een dergelijk verband kan alleen worden afgeleid indien het langste pad en dat met de grootste variantie samenvallen. Zoals werd aangetoond, leidt onze methode in dat geval tot grote onnauwkeurigheden. Toepassing ervan is in dat geval dan ook weinig zinvol. In andere gevallen zijn wij van mening dat deze voor het verkrijgen van een eerste informatie over de mate van kritiekheid zeer goed kan worden gebruikt. Dit temeer omdat de gehele berekening kan worden uitgevoerd in hetzelfde programma waarin de normale berekeningen plaatsvinden. Op dezelfde manier als het kritieke pad wordt het pad met de grootste variantie bepaald.

14 Nabeschouwing

Wij hebben in deze artikelenserie, naast de noodzakelijke technische uiteenzettingen, vooral willen wijzen op de grondslagen waarop de netwerkplanningtechnieken steunen en de daaruit voortvloeiende gevolgen voor de toepassing ervan. Voor de buitenstaander heeft onze uiteenzetting daardoor wellicht een wat omslachtig karakter gekregen. Het is echter onze ervaring dat in vele publicaties over de netwerkplanningtechnieken deze grondslagen uit het oog worden verloren, waardoor deze technieken soms worden aanbevolen voor toepassingen waarvoor ze niet zijn ontworpen. Wij willen deze grondslagen nogmaals noemen.

1 Over de planning, verreweg het belangrijkste onderdeel, zegt de techniek niets anders dan dat het resultaat in de vorm van een netwerk moet kunnen worden weergegeven[13]). Welke gezichtspunten men bij de samenstelling van het netwerk in ogenschouw wil nemen, wordt niet dwingend voorgeschreven. Evenmin wordt er iets gezegd over de wijze waarop men met deze gezichtpunten rekening moet houden. Het samenspel van deze gezichtspunten is, evenals bij de toepassing van de Gantt-chart technieken, heuristisch van aard.
2 De voorwaarde dat de planning in de vorm van een netwerk moet kunnen worden weergegeven, maakt het mogelijk, althans bij de klassieke netwerkplanningtechnieken, de tijdbepaling nagenoeg onafhankelijk van de planning te verrichten. De technische mérites van deze technieken hebben dan ook vooral betrekking op de tijdbepaling, die, juist door de onafhankelijkheid van de planning, snel en efficiënt door de elektronische rekenmachine kan worden verricht.
3 Wil men van de netwerkplanningtechnieken ten volle profiteren, dan zullen de organisatorische en administratieve systemen waarbinnen deze technieken

---

[12]) De activiteiten in tabel IX zijn zodanig gerangschikt dat alleen de laatste drie ervan, door hun ander verloop, niet vergelijkbaar zijn met die uit tabel VII.

[13]) Men neemt veelal aan dat 60-70% van het succes van de toepassing van de netwerkplanningtechnieken voor rekening komt van het onderdeel planning, zie bijv. J. W. Pocock: „PERT as an Analytical Aid for Program Planning - Its Pay-off and Problems", *Operations Research*, Vol 1 (1962), nr. 2 en Ivars Avot: „The Management Side of PERT", *California Management Review*, Vol IV (1961), nr. 2.

worden gebruikt daarop moeten worden ingesteld[14]). Doet men dit niet, dan kan men de voordelen die deze technieken bieden slechts ten dele benutten. Volledige toepassing betekent wel dat de klassieke netwerkplanningtechnieken moeten worden uitgebreid. Als belangrijkste uitbreiding kan worden genoemd het rekening houden met het beslag op de produktiefactoren voor de uitvoering van een bepaalde activiteit.

4 Voor de tijdbepaling van de afzonderlijke activiteiten komen alleen de netwerkplanningtechnieken die werken met gedetermineerde activiteitsduren in aanmerking. PERT kan „alleen" worden gebruikt als een instrument voor de bepaling van het al of niet acceptabel zijn van het in het netwerk vastgelegde plan en als een instrument voor de voortgangscontrole. Juist om de verschillen tussen PERT en de andere technieken te beklemtonen hebben wij bijzondere aandacht besteed aan de statistische problematiek rond de bepaling van de grootheden waarmee de PERT techniek werkt.

Op twee punten van de technische zijde van de netwerkplanning zijn wij meer in detail ingegaan. Het eerste punt betrof de wijze van berekening van de knooppuntmomenten. Hierbij werd een mogelijke wijze van berekening met behulp van een elektronische rekenmachine gegeven zonder in het programma gebruik te maken van een recursieve operatie. Het tweede punt heeft betrekking op de ontwikkeling van een procedure voor de bepaling van de kans dat activiteiten met stochastische tijdsduren kritiek worden. Deze procedure, alhoewel minder nauwkeurig dan de uitkomsten van een Monte-Carlo simulatie, heeft het voordeel dat ze in de normale wijze van berekening van de knooppuntmomenten kan worden opgenomen. Veel tijd gaat er dan niet verloren, terwijl men een aanwijzing krijgt over de grootte van de kans dat een activiteit kritiek wordt. Beide punten zijn, voorzover ons bekend, in deze vorm, niet eerder naar voren gebracht.

---

[14]) Tot dezelfde conclusie komt Chadwick J. Haberstrok: „Organization Design and System Analysis", *Handbook of Organizations*, ed. James G. March, Chicago 1965.