

AANVOER - AFVOER EEN THEORIE EN EEN MATRIX-MODEL VOOR HET BOEKHOUDEN*)

door prof. dr. A. Grypdonck (Hasselt, België)

Het opzet van deze bijdrage is, in eerste instantie, uitgaande van de matrix-vorm als uitdrukking van het ondernemingsgebeuren, een theorie op te bouwen die toelaat de bedrijfseconomische aspecten van de boekhoudkundige registratie (en daardoor de wetenschappelijkheid van het boekhouden) te benadrukken. Anderzijds wordt de betekenis van het matrix-model voor de boekhouding en de bedrijfseconomische aspecten die er bij aanleunen beklemd met het oog op de benadering van het inzichtelijke bij het onderwijs in de boekhouding, waarbij aansluitingsmogelijkheid gegeven wordt voor de toepassing van kwantitatieve technieken in het kader van de boekhouding als instrument van bedrijfsbeleid.

1 De boekhouding als model

Het reële ondernemingsgebeuren wordt geregistreerd in de boekhouding. De boekhouding is bedoeld als afbeelding van het geheel van de gebeurtenissen in de onderneming, met het oog op het vastleggen van de toestand van de onderneming (balans) en het verkrijgen van een overzicht van het tot stand komen van de ondernemingsresultaten (verlies- en winstrekening).

Waar de boekhouding oorspronkelijk als geheugenhulp moest fungeren, is ze van daaruit geleidelijk geëvolueerd over de boekhouding als bewijsstuk, de boekhouding als instrument van resultatenberekening, naar een boekhouding die de bedrijfsleiding informatie moet verschaffen in functie van het te voeren beleid en ter controle van de realisatie van de gestelde objectieven.

Zoals het grootste deel van de reële wereld waarin we leven een tweevoudig beeld heeft - het reële beeld en de afbeelding zoals die veelal onder een of andere vorm bestaat (aardoppervlak en landkaart; levensloop en registratie ervan enz.) - zo is ook de boekhouding te zien als een poging om een weergave te krijgen van het reële ondernemingsgebeuren.

De reële wereld van de onderneming wordt aan de hand van een afbeelding gesuggereerd ten behoeve van informatie en communicatie over, en studie van het reële gebeuren. Een dergelijke afbeelding is een model.

Modelconstructie is een procédé om van een realiteit of van een deel van die realiteit een afbeelding tot stand te brengen die representatief is in functie van wat men met het model beoogt. Dit wil zeggen dat het model alle voor het gestelde doel relevante eigenschappen of factoren moet bevatten. Zo kan een landkaart gericht zijn op de verkeerswegen, of op de weergave van het reliëf, al naar gelang het ene of het andere moet worden bestudeerd.

Modellen drukken de reële wereld vereenvoudigd uit. Vereenvoudigd omdat van een aantal elementen die niet voldoende bekend zijn, of die voor het gestelde communicatie- of studiedoel onbelangrijk zijn afstand wordt gedaan.

* Deze bijdrage wordt ook opgenomen in 'Persoon en Gemeenschap' (Antwerpen) en in 'Wetenschappelijk Onderwijs Limburg' (Hasselt).

De boekhouding in haar traditionele vorm is een poging om het ondernemingsgebeuren in een gedeeltelijk verbaal, gedeeltelijk mathematisch model vast te leggen.

De realiteit kan nochtans niet steeds op de voet worden gevolgd. Er zijn gebeurtenissen die ontsnappen aan de normale waarneming, zoals het waardepbleem, diefstal, verlies door uitwegen, enz. Om het model bij te werken en de ontstane discrepantie uit te schakelen wordt t.a.v. de laatstgenoemde de inventaris ingeschakeld.

2 De dualiteit en de dimensies van het ondernemingsgebeuren

Elk primair ondernemingsgebeuren (het feitelijk gebeuren) kan in principe ontbonden worden in twee secundaire gebeurtenissen. Een aankoop tegen contante betaling als primair gebeuren omvat als secundaire gebeurtenissen enerzijds het ter beschikking krijgen van goederen, anderzijds het afstaan van geld.

Elk economisch gebeuren is binnen het kader van de onderneming gekenmerkt door deze dualiteit, die trouwens uitgangspunt is van het dubbel boekhouden.

Elk complex gebeuren in de onderneming kan in een aantal enkelvoudige gebeurtenissen worden ontbonden. Elk van deze primaire gebeurtenissen kan dan weer herleid worden tot twee secundaire gebeurtenissen. Zo kan een verkoop met winst (tegen contante betaling) ontbonden worden in het uit de onderneming weggaan van goederen tegen de oorspronkelijke waarde en het realiseren van een waardetoeeneming. De levering van de goederen houdt als secundaire feiten in, het afnemen van de voorraad en het binnenvloeien van geld. De realisatie van de waardetoeeneming houdt als secundaire feiten in, het tot stand komen van een winst en het binnenvloeien van een geldsom die aan die winst beantwoordt.

De dualiteit van het ondernemingsgebeuren houdt in dat elk enkelvoudig gebeuren twee dimensies heeft. In feite zijn nog heel wat meer dimensies bij het gebeuren van belang. Elk gebeuren ligt vast in de tijd: de tijdsdimensie. Voor elk secundair gebeuren is er de keuze tussen twee tegenover elkaar staande dimensies: de debetdimensie of de creditdimensie. Voor elk secundair gebeuren met een debetdimensie dient verder te worden uitgemaakt of het een actiefdimensie dan wel een resultatendimensie heeft. Voor elk secundair gebeuren met een creditsaldo zal de keuze gaan tussen een passiefdimensie of een resultatendimensie. Voor kosten zijn er zoveel dimensies als er kostensoorten zijn, enz.

3 Enkele boekhoudkundige modellen¹⁾

a. Het klassieke boekhoudkundige model: de journaalpost

Het model van een ondernemingsgebeuren dat klassiek gebruikt wordt is de

¹⁾ Zie ook A. Gryphonck „Boekhouding als wiskundig model” in Encyclopedie van de Bedrijfseconomie, deel II A, 1971.

journaalpost. Het is een beschrijvend model dat vooral verdere verwerking van de gegevens toelaat.

Een verkoop met winst wordt daarbij als volgt uitgedrukt:

Kas		10.000,—	
	aan Voorraden		8.000,—
	aan Resultaten		2.000,—
maar op grond van het uitsplitsen van het complexe gebeuren zou dit ook kunnen zijn			
Kas		8.000,—	
	aan Voorraden		8.000,—
Kas		2.000,—	
	aan Resultaten		2.000,—

b. De voorstelling in rekeningenvorm

Vooral voor didactische doeleinden en omwille van de overzichtelijkheid is er het model waarbij een of meer verrichtingen in rekeningenvorm worden uitgedrukt, als volgt

	Kas	Voorraden	Resultaten
òf 10.000,—	_____	8.000,—	2.000,—
òf { 8.000,—	_____	8.000,—	
2.000,—	_____		2.000,—

c. Een model gesteund op de relaties tussen verzamelingen

Elke gebeurtenis wordt in geldeenheden gemeten en boekhoudkundig uitgedrukt. Een primaire gebeurtenis houdt de relatie in tussen twee verzamelingen van geldeenheden waarbij tussen beide een éénéénduidige correspondentie bestaat. Wanneer voor 8.000,— voorraad uit de onderneming geleverd wordt en wanneer voor 8.000,— ontvangen wordt, dan bestaat overeenstemming tussen elke (abstracte) munteenheid waarmee het eerste bedrag is samengesteld en een van de 8.000,— (abstracte) munteenheden die in het tweede bedrag te vinden zijn. Dezelfde abstracte munteenheden hebben dus een tweevoudige betekenis. Dit kan als volgt worden weergegeven

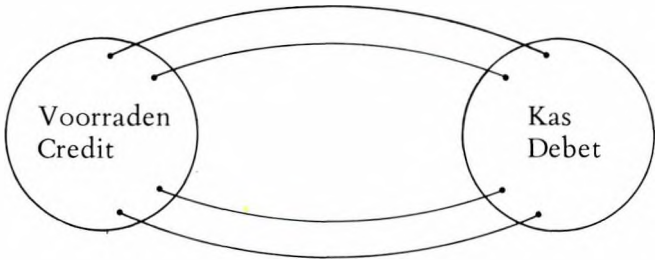


fig. 1

of vereenvoudigend (gebruik makend van de symboliek van de georiënteerde grafen uit de wiskunde)

fig. 2



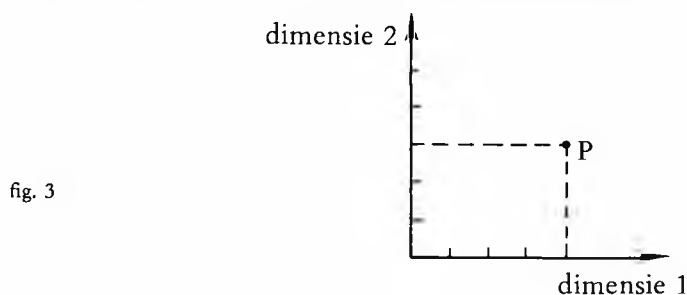
De oriëntatie van de figuur is zo, dat het vertrekpunt van de pijlen (grafien) het te crediteren element en de top het te debiteren element uitdrukken.

4 Het matrix-model van de boekhouding

a. Vektoren en matrices

Een vector is een punt (of gerichte grootte) in een rechthoekig coördinatensysteem en kan worden uitgedrukt door de coördinaten van dat punt. Het aantal coördinaten stemt overeen met het aantal dimensies van de vector. Het kan daarbij bijvoorbeeld gaan om een tweedimensionale vector in een tweedimensionale „ruimte” (in feite hier een oppervlak). Het kan evenzeer gaan om een n-dimensionale vector in een n-dimensionale ruimte die niet meer kan afgebeeld worden.

Een punt P met de coördinaten (4,3) kan als volgt worden afgebeeld



Een vector kan mathematisch op twee wijzen uitgedrukt worden:

als kolomvector $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ of als rijvector (4,3)

Een matrix is een rechthoekig (soms vierkant) geheel van getallen dat kan gezien worden zowel als een geheel van naast elkaar geplaatste kolomvectoren dan wel als een geheel van onder elkaar geplaatste rijvectoren. Een matrix is bijvoorbeeld

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

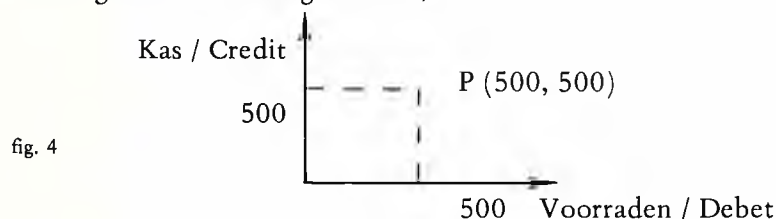
en deze bestaat zowel uit de kolomvectoren $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ en $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

als uit de rijvectoren (2,3) en (1,4). Elk van deze vectoren kan worden afgebeeld als hiervoor, maar dan telkens in een nieuw assenstelsel.

De matrix dient er toe kwantitatieve gegevens te rangschikken en hun onderlinge relatie wiskundig uit te drukken.

b. Boekhouden, vectoren en matrices

Elke enkelvoudige gebeurtenis heeft een debet- en een creditdimensie. Ze kan dus worden voorgesteld door een vector. Het punt P in de volgende figuur drukt met de coördinaten (500, 500) een aankoop uit met contante betaling voor een bedrag van 500,—.



Op grond van het beginsel van de dualiteit zou nochtans kunnen gesteld worden dat het punt P tegelijkertijd uitgedrukt wordt door twee („ééndimensionale”) vectoren die hetzelfde getal bevatten:

een kolomvector voor de dimensie Voorraden/Debet $\begin{bmatrix} 500 \end{bmatrix}$
 en een rijvector voor de dimensie Kas/Credit (500)

In dit bijzondere geval geeft dezelfde vectoruitdrukking zowel de éne als de andere dimensie weer, en dit als gevolg van de dualiteit van het ondernemingsgebeuren.

Dit beginsel kan nu in een matrixvorm worden toegepast. Een matrix wordt opgebouwd met drie kolomvectoren die uitdrukking geven aan debet-gebeurtenissen van kapitaal, kas en voorraden. Deze matrix is zodanig opgevat dat ze meteen uitdrukking geeft aan de creditgebeurtenissen van kapitaal, kas en voorraden, doordat de vierkante matrix is samengesteld uit drie rijvectoren. Op het kruispunt van één kolomvector en één rijvector is dan telkens een debet/credit verband te vinden als uitdrukking van de dualiteit van de gebeurtenissen.

De matrixrooster ziet er dan als volgt uit:

	Kapitaal D	Kas D	Vorraden D
Kapitaal C	—	a. 10.000,— d. 2.000,—	
Kas C	e. 1.000,—	—	b. 9.000,—
Vorraden C		c. 8.000,—	—

In de matrix zijn de volgende verrichtingen reeds opgenomen:

verrichting a Kas aan Kapitaal voor 10.000,— (start van de onderneming)
 verrichting b Voorraden aan Kas voor 9.000,— (aankoop)

verrichting c Kas aan Voorraden voor	8.000,—	} (verkoop met winst)
verrichting d Kas aan Kapitaal voor	2.000,—	
verrichting e Kapitaal aan Kas voor	1.000,—	(uitkeren van een deel van de winst)

Hieruit volgen enkele vaststellingen:

- Elke enkelvoudige gebeurtenis kan in een matrixvorm worden weergegeven waarbij alle elementen met uitzondering van één een nulwaarde hebben.
- De globale matrix komt tot stand door het optellen van de onderscheiden matrices, omdat:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

als eigenschap van de matrices geldt.

- Elke inschrijving beantwoordt op haar zelf aan een tweedimensionale vector. Voor het geval a gaat het bijvoorbeeld om de vector

$$\begin{bmatrix} 10.000 \\ 10.000 \end{bmatrix} \text{ waarbij de respectieve dimensies zijn, Kas/D en Kapitaal/C.}$$

Deze vector geeft dus twee verzamelingen van munteenheden aan waartussen een éénéénduidige correspondentie bestaat, beantwoordend aan de duale aspecten van een enkele enkelvoudige gebeurtenis.

- Het geheel van de verrichtingen binnen elk vakje van het rooster beantwoordt aan een tweedimensionale vector. De verrichtingen a en d samen leiden tot een vector $\begin{bmatrix} 12.000 \\ 12.000 \end{bmatrix}$ met als dimensies Kas /D en Kapitaal/C.

Deze vector geeft dus ook weer twee verzamelingen van munteenheden aan, dit keer voor het geheel van gelijksoortige boekingen, beantwoordend aan de duale aspecten van dat geheel.

- Elke kolom beantwoordt aan een vector. De eerste kolom bijv. geeft de vector $\begin{bmatrix} 0 \\ 1.000 \\ 0 \end{bmatrix}$ met als dimensies Kapitaal/C, Kas/C en Voorraden/C.

Deze vector drukt de verzameling munteenheden uit die op het Debet van een bepaalde rekening (in het voorbeeld, het Debet van Kapitaal) terug te vinden zijn, met als dimensies de onderscheiden te crediteren rekeningen.

- Elke rij beantwoordt aan een vector. De tweede rij bijvoorbeeld drukt uit (1.000, 0, 9.000).

Deze vector drukt de verzameling munteenheden uit die op het Credit van een bepaalde rekening (in het voorbeeld, het Credit van Kas) terug te vinden zijn, met als dimensies de onderscheiden te debiteren rekeningen.

- Elke inschrijving beantwoordt aan twee meerdimensionale vectoren, waarvan telkens slechts één dimensie een reële waarde en de andere dimensies een nulwaarde krijgen. De verrichting a op haar zelf kan worden uitgedrukt

met de vectoren $\begin{bmatrix} 10.000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ en

(0, 10.000, 0). De eerste van deze vectoren wijst er op dat alleen de

dimensie Kapitaal/C een waarde krijgt, de tweede duidt aan dat alleen de dimensie Kas/C een waarde krijgt.

Deze vectoren stellen de twee verzamelingen van munteenheden met éénéénduidige correspondentie tegenover elkaar en duiden op de specifieke duale betekenis. Beide vectoren maken daarbij duidelijk dat de twee „undimensionele” vectoren, zoals hier vermeld, in feite n-dimensionele vectoren zijn waarvan voor $(n - 1)$ dimensies de nulwaarde geldt.

Een en ander kan ook grafisch worden uitgedrukt. Om het geheel weer te geven is in principe een stelsel van zes assen nodig, omdat zes dimensies voorkomen. Omdat crediteren nochtans kan gezien worden als het tegengestelde van debiteren is het mogelijk de grafische uitdrukking met drie assen voor te stellen (waarbij wel aan een ruimtelijke figuur moet gedacht worden).

In figuur 5 stellen de punten P, Q, R, S en T de respectieve verrichtingen a tot en met e voor.

In figuur 6 wordt de tijdsorde in acht genomen en de opeenvolging van de verrichtingen met verschuiving in de aanwezige waarden cumulatief uitgedrukt. Het punt P is bepaald zoals in figuur 5. Het punt Q' is het resultaat van de samenhang tussen Kas en Voorraden na de aankoop en het wegvloeien van de daarvoor vereiste som. Zo worden ook de punten R', S' en T' de uitdrukking van de relatie tussen twee rekeningen na een bepaalde verrichting. De punten E₁, E₂ en E₃ geven de situatie weer voor de saldi van respectievelijk Kapitaal (C), Kas (D) en Voorraden (D). De eindsituatie kan in feite worden uitgedrukt in een vector die driedimensioneel is (de dimensies zijn Kapitaal/C, Kas/D en Voorraden/D). Dit leidt tot figuur 7 waarin

het punt E de uitdrukking is van een vector $\begin{bmatrix} 11.000 \\ 10.000 \\ 1.000 \end{bmatrix}$

De elementen van deze vector vormen de saldibalans. Deze vector zou in functie van de vooropgestelde matrix trouwens kunnen uiteenvallen in twee vectoren (0, 10.000, 1.000) voor de debetsaldi en

$\begin{bmatrix} 11.000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ voor de creditsaldi.

Deze gegevens kunnen in de matrix tot stand gebracht worden en uitgedrukt worden, zoals uit de volgende bijgewerkte matrixrooster blijkt:

	Kapitaal D	Kas D	Voorraden D	Totaal	Saldi
Kapitaal C	—	12.000,—		12.000,—	11.000,—
Kas C	1.000,—	—	9.000,—	10.000,—	—
Voorraden C		8.000,—	—	8.000,—	—
Totaal	1.000,—	20.000,—	9.000,—	30.000,—	11.000,—
Saldi	—	10.000,—	1.000,—	11.000,—	—

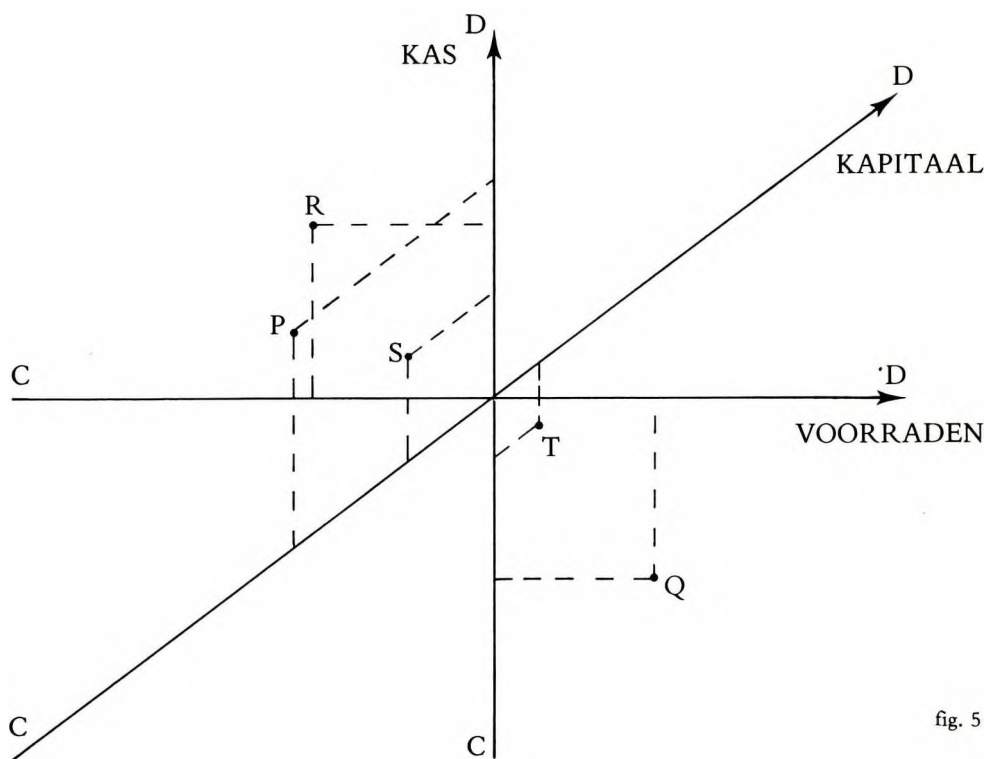


fig. 5

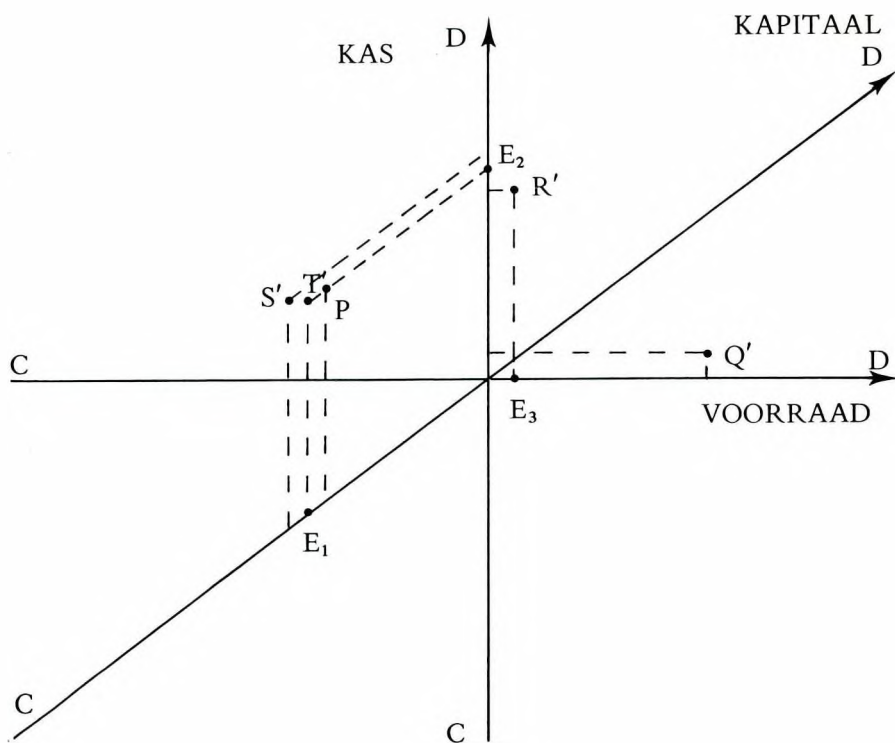


fig. 6

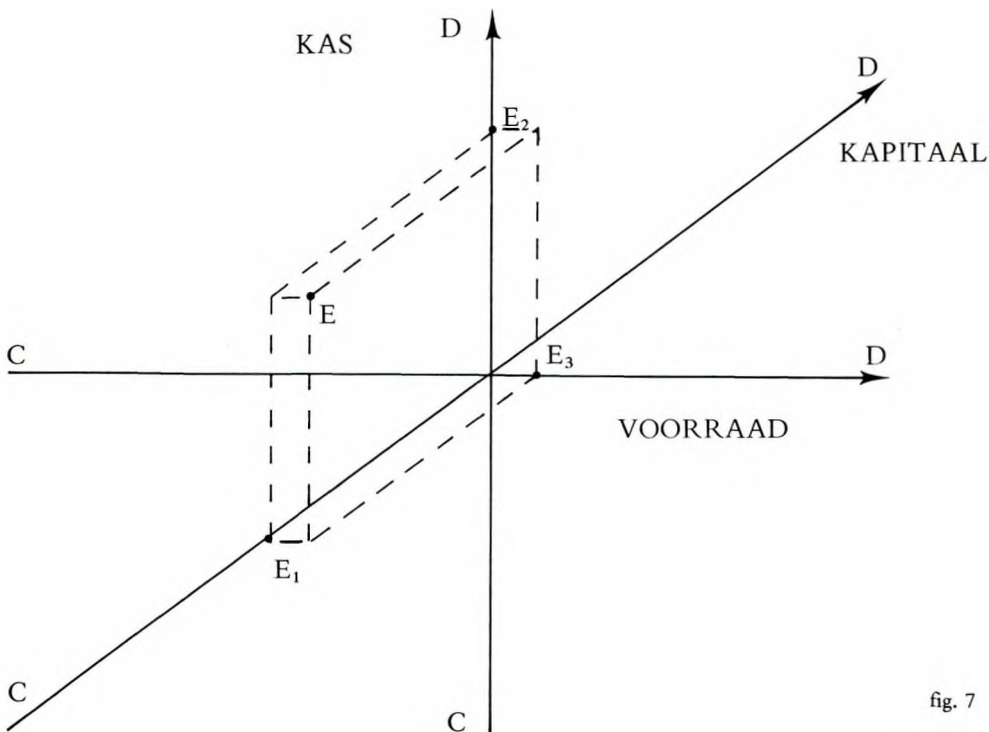


fig. 7

Door de totaalstellingen, het berekenen van de saldi en de kruiscontrole op totalen en saldi wordt uitdrukking gegeven aan de genoemde vectoren. De bekomen saldi zijn uitgangselementen voor de matrix van een nieuwe periode en kunnen in het normale rooster op de geschikte plaats worden ingeschreven.

5 Aan- en afvoer in de onderneming - Een boekhoudkundige theorie

Afgestane koopkracht is het uitgangspunt en evenzeer het eindpunt van de onderneming. Uitgaande van de ter beschikking gestelde koopkracht (aanvoer) worden kapitaalgoederen aangeschaft, waarbij het de bedoeling is deze op korte of langere termijn terug in geld (eventueel meer geld) om te zetten. In de loop van het bestaan van de onderneming zijn er terugbetalingen (afvoer) van ter beschikking gestelde koopkracht (kapitaalvermindering, terugbetaling van leningen, vereffenen van schulden, opnemen van winst) en bij liquidatie worden alle resterende kapitaalgoederen terug in geld omgezet om het restant aan koopkracht terug te geven aan de bezorgers.

Nu kan het gehele ondernemingsgebeuren gezien worden in functie van de geldstroom (van aanvoer tot afvoer) mits aan twee voorwaarden is voldaan: - de geldstroom dient om zijn samenhang met de goederenstroom uitgebreid tot een abstracte munteenhedenstroom;

- deze munteenhedenstroom dient steeds gezien te worden in zijn dual aspect, waarbij voor elk enkelvoudig ondernemingsgebeuren twee verzamelingen (met éénéénduidige correspondentie) van munteenheden voorhanden zijn.

Hiermede rekening houdend wordt het verloop van de munteenhedenstroom tot zijn eenvoudigste vorm herleid. De oprichting van een onderneming onderstelt een verzameling munteenheden die het tweevoudige uitzicht heeft van enerzijds een verzameling van aangevoerde munteenheden en anderzijds een verzameling van later af te voeren munteenheden. De aankoop van goederen met contante betaling doet de verzameling van aangevoerde munteenheden verminderen, maar laat in de plaats daarvan een verzameling van munteenheden tot stand brengen (uitdrukking van de prijs van de aangekochte goederen) die bedoeld is om door verkoop terug aanleiding te geven tot aanvoer van geld. De verkoop (met winst) tegen contante betaling leidt in de eerste plaats tot het realiseren van die verwachte aanvoer en in de tweede plaats tot een supplementaire aanvoer van een verzameling munteenheden die dual beantwoordt aan een verzameling munteenheden die tot bestemming heeft later te worden afgevoerd. Het opnemen van winst uit de onderneming brengt een correctie aan wat de aanvoer en eveneens wat de af te voeren munteenheden betreft. Schematisch worden de onderscheiden fasen weergegeven in figuur 8 (a, b, c, d).

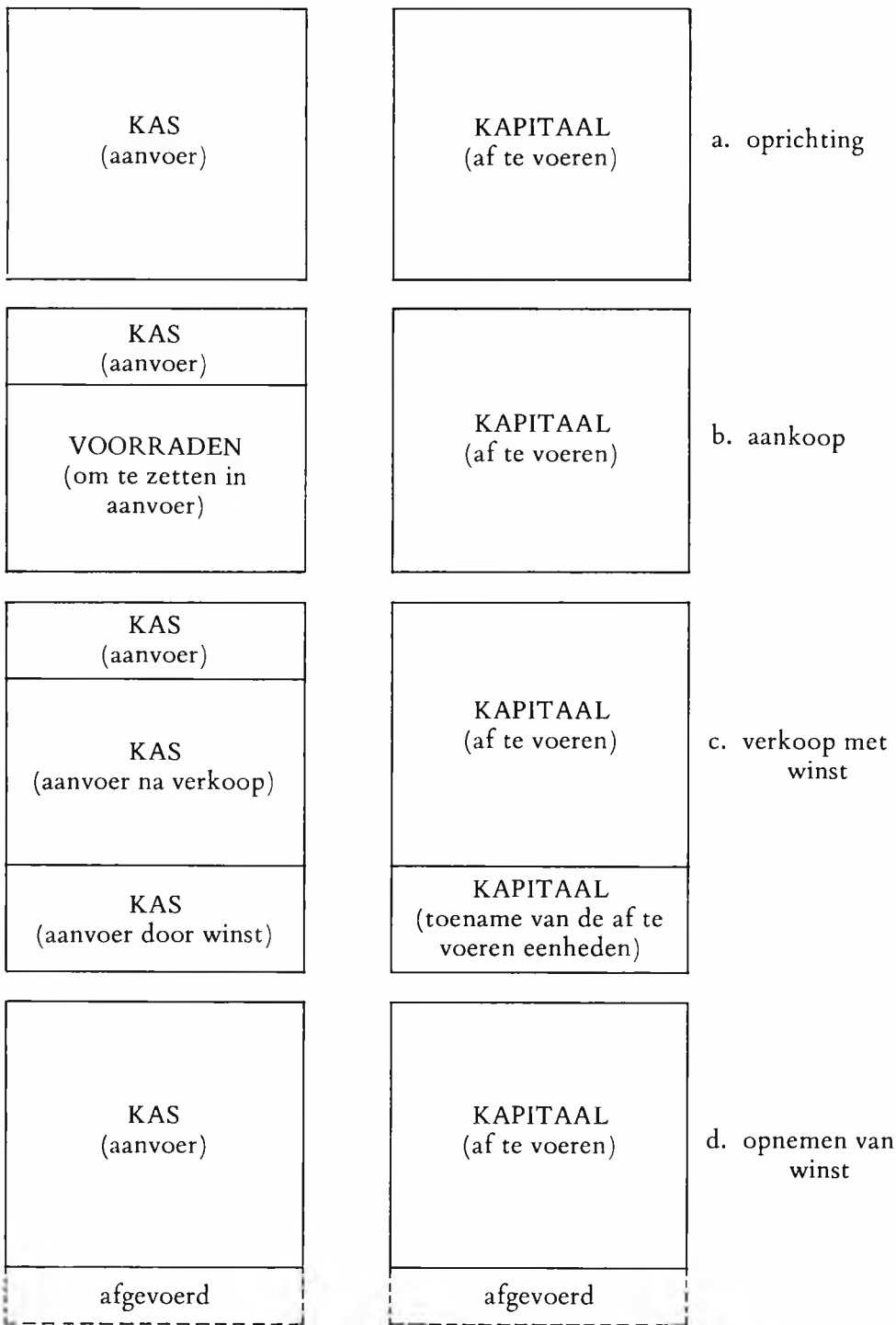


fig. 8

Veralgemeend kunnen nu de volgende elementen in de munteenhedenstroom worden teruggevonden:

- *Aanvoer.*

Ter beschikking gestelde koopkracht onder de vorm van geld beantwoordt aan een verzameling van munteenheden die aanvoer is.

- *Anticipatie op aanvoer.*

Munteenheden die onder de materiële vorm van kapitaalgoederen bij oprichting van de onderneming of later worden aangebracht beantwoorden aan een verzameling munteenheden met anticipatie op aanvoer omdat het de bedoeling is de goederen terug in geld om te zetten.

- *Afvoer.*

Het uit de onderneming verdwijnen van oorspronkelijk aangevoerde munteenheden beantwoordt aan afvoer.

- *Anticipatie op afvoer.*

Het ter beschikking krijgen van koopkracht onder welke vorm ook beantwoordt aan een verzameling munteenheden die anticipeert op de afvoer die later, bij terug afstaan van de beschikbaar gestelde koopkracht of bij liquidatie, zal plaats vinden.

- *Correctie op geanticipeerde aanvoer.*

Het ter beschikking krijgen van koopkracht onder de vorm van geld door verkoop en het omzetten van goederen in vorderingen leiden respectievelijk tot een vermindering van en een verschuiving in de verzameling munteenheden die een anticipatie op aanvoer uitdrukt. Zowel de vermindering als de verschuiving vormen een correctie op geanticipeerde aanvoer.

- *Correctie op geanticipeerde afvoer.*

Het uit de onderneming wegvloeien van beschikbaar gestelde koopkracht en een omzetten van bijvoorbeeld een schuld op lange termijn in een schuld op korte termijn leiden respectievelijk tot een vermindering van en een verschuiving in de verzameling munteenheden die een anticipatie op afvoer uitdrukken. Beide vormen een correctie op geanticipeerde afvoer.

6 De aanvoer-afvoer matrix

a. Uitdrukking van de theorie in een matrix

Op grond van het voorgaande kan een matrix worden opgebouwd met kolommen voor de aanvoerelementen (input) en rijen voor de afvoerelementen (output). De vakjes die de uitdrukking zijn van de snijpunten tussen kolommen en rijen beantwoorden aan gegroepeerde ondernemingsgebeurtenissen die op grond van de dualiteit telkens verband houden met twee elementen van aan- en afvoer. Om dit voor alle gevallen te materialiseren is het nodig de correcties op geanticipeerde afvoer als kolom naast de aanvoerelementen te voorzien, en de correcties op geanticipeerde aanvoer als rij naast de afvoerelementen te plaatsen.

Het geheel vormt een aanvoer-afvoer matrix of tabel (input-output matrix of tabel).

		AANVOER		Correctie op geanticipeerde afvoer K_3
		Aanvoer K_1	Geanticipeerde aanvoer K_2	
AFVOER	Afvoer R_1	Verschuiving in de aanvoer zonder anticipatie	Verschuiving met ontstaan van anticipatie	Wegvloeien van koopkracht die ter beschikking was
	Geanticipeerde afvoer R_2	Verkrijging van koopkracht	Verkrijging van om te zetten middelen	Verschuiving in de anticipatie
Correctie op geanticipeerde aanvoer R_3		Middelen verkrijgen door wegvallen van anticipatie	Verschuiving in de anticipatie	—

In de onderscheiden vakjes van de tabel is aangeduid welke verrichtingen er principieel in thuis horen. Een en ander kan met een paar voorbeelden worden toegelicht:

- *Vakje $K1R1$* - het deponeren van liquide middelen op een bankrekening beantwoordt aan een afvoer die onmiddellijk gepaard gaat met een nieuwe aanvoer (althans voor zover het om een zichtrekening gaat; is dit niet het geval dan beantwoordt dit aan het geval $K2/R1$);
- *Vakje $K2/R1$* - een aankoop met contante betaling leidt tot afvoer en meteen tot een anticipatie op aanvoer onder de vorm van te verkopen goederen;
- *Vakje $K3/R1$* - het terugbetalen van een lening houdt een afvoer in, maar meteen ook dient aan de anticipatie op afvoer een correctie in negatieve zin aangebracht (de verzameling vermindert);
- *Vakje $K1/R2$* - het aangaan van een lening leidt tot aanvoer samen met het anticiperen op de latere terugbetaling;
- *Vakje $K2/R2$* - een aankoop met betaling op termijn leidt én tot anticipatie wat de aanvoer betreft (de voorziene verkoop) én tot anticipatie wat de afvoer betreft (de voorziene vereffening van de schuld);
- *Vakje $K3/R2$* - wanneer een schuld op lange termijn tot schuld op korte termijn wordt is er vermindering van een deelverzameling wat de anticipatie op afvoer betreft samen met een gelijkmatige vermeerdering van een andere deelverzameling binnen de anticipatie op afvoer;

- *Vakje K1/R3* - wanneer een vordering geïnd wordt wordt de anticipatie op aanvoer, tot aanvoer en dient de eerste daartoe in negatieve zin gecorrigeerd te worden;
- *Vakje K2/R3* - een verkoop met betaling op termijn brengt een verschuiving mede tussen deelverzamelingen van de anticipatie op aanvoer omdat én goederen én vorderingen anticiperen op aanvoer.

Het kan nuttig zijn een aantal andere gevallen te onderzoeken:

- *winst bij verkoop* - dit enkelvoudig gebeuren zou in de vooropgestelde matrix kunnen worden opgenomen in het vakje K1/R2 voor zover het om een verkoop met betaling op termijn gaat; er wordt inderdaad supplementaire koopkracht verkregen;
- *verlies bij verkoop* - dit enkelvoudig gebeuren kan opgenomen worden in het vakje K3/R3; het gaat hier om het verminderen van de geanticipeerde aanvoer waarbij meteen koopkracht die ter beschikking was zonder meer verdwijnt;
- *verschuldigd zijn en vereffenen van intresten* - deze verrichting kan worden geregistreerd in het vakje K3/R1.

Uit deze laatste voorbeelden blijkt nochtans meteen dat de overzichtelijkheid van de verrichtingen vermindert, doordat resultaatbeïnvloedende elementen op dezelfde wijze als de kapitaalgoederen- en vermogensverschuivingen worden geregistreerd. Dit kan worden verholpen door aan de aanvoer-afvoer matrix twee vectoren toe te voegen. Een rijvector voor „waardetoevoegende geanticipeerde afvoer” en een kolomvector voor „correctie op waardetoevoegende geanticipeerde afvoer” worden respectievelijk onderaan en rechts van de matrix toegevoegd. De matrix, waarbij voor de toegevoegde elementen aangeduid is welke verrichtingen opgenomen worden, ziet er dan als volgt uit:

		AANVOER			
		Aanvoer	Geanticipeerde aanvoer	Correctie op geanticipeerde afvoer	Correctie op waarde-toevoegende geanticipeerde afvoer
		K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
AFVOER	Afvoer				Vermogensafname met onmiddellijke afvoer
	R ₁				
AFVOER	Geanticipeerde afvoer				Vermogensafname met uitgestelde afvoer
	R ₂				
Correctie op geanticipeerde aanvoer				—	Vermogensafname zonder invloed op de normale afvoer
R ₃					
Waardetoevoegende geanticipeerde afvoer		Vermogens-toename met onmiddellijke invloed op aanvoer	Vermogens-toename met uitgestelde invloed op aanvoer	Vermogens-toename waarbij de voorziene afvoer vermindert	
R ₄					

Volgende voorbeelden kunnen de aanwending van de toegevoegde elementen toelichten:

- *Vakje K1/R4* - registreren van winst bij contante verkoop; het vaststellen van een teveel in kas;
- *Vakje K2/R4* - registreren van winst bij verkoop met betaling op termijn; waardevermeerdering van kapitaalgoederen; nog te innen verworven intresten;
- *Vakje K3/R4* - een voorziene belastingschuld valt weg; het als vermogens-toename registreren van voorheen reeds ontvangen intresten;
- *Vakje K4/R1* - verlies bij contante verkoop; alle lasten, zoals huur, intresten, wedden en lonen, enz., met onmiddellijke vereffening; vaststellen van een tekort in kas;
- *Vakje K4/R2* - verlies bij verkoop met betaling op termijn; alle lasten die pas later aanleiding zijn tot vereffening;
- *Vakje K4/R3* - waardevermindering van kapitaalgoederen (bijvoorbeeld afschrijvingen); het boeken van lasten die voorheen reeds aanleiding gaven

tot een uitgave (het ten laste leggen van vooruitbetaalde huur bijvoorbeeld).

Deze voorbeelden hoeven geen verdere verduidelijking, behalve wellicht voor twee gevallen. In het vakje K3/R4 wordt geregistreerd de vermogenstoename van voorheen reeds ontvangen intresten. Dit impliceert dat het ontvangen van de intresten beschouwd wordt als een anticipatie op aanvoer, wat verantwoord is omdat inderdaad koopkracht ter beschikking komt. In het vakje K4/R3 worden lasten die voorheen reeds aanleiding waren tot een uitgave opgenomen. Dit impliceert dat de vooruitbetaalde kosten als geanticipeerde aanvoer worden beschouwd, wat verantwoord is omdat ze materiële goederen of rechten uitdrukken die kunnen bijdragen tot het toenemen van de aanvoer in de toekomst.

b. Bedrijfseconomische betekenis van de matrix

Alle ondernemingsgebeurtenissen zijn in de matrix opgenomen en daarin gegroepeerd.

- naar hun duaal aspect;
- naar hun samenhang met aan- en afvoerdimensies;
- naar hun invloed op de kapitaalgoederenstructuur of de vermogensstructuur:
 - de vectoren K_1 , K_2 houden verband met de kapitaalgoederenstructuur mits daarbij respectievelijk met de vectoren R_1 en R_3 rekening wordt gehouden;
 - de vector R_2 geeft de basisvermogensstructuur weer mits rekening gehouden wordt met de correctie van vector K_3 ;
- naar hun invloed op de vermogensgrootte:
 - de vector R_4 geeft mits rekening te houden met de correctie door K_4 de omvang en de samenstelling van de vermogenswijziging aan;
 - de vectoren R_2 (met correctie door K_3) en R_4 (met correctie door K_4) geven de uiteindelijke vermogensomvang en -samenstelling aan.

Om het probleem gekwantificeerd voor te stellen wordt gebruik gemaakt van volgende matrix waaraan een kolom en een rij zijn toegevoegd voor de totalen. Voor het overige stemmen de kolommen en de rijen overeen met de hiervoor opgebouwde matrix.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
R_1	s_{11}	s_{11}	s_{31}	s_{41}	$\sum_{i=1}^4 s_{i1}$
R_2	s_{12}	s_{22}	s_{32}	s_{42}	$\sum_{i=1}^4 s_{i2}$
R_3	s_{13}	s_{23}	s_{33}	s_{43}	$\sum_{i=1}^4 s_{i3}$
R_4	s_{14}	s_{24}	s_{34}	s_{44}	$\sum_{i=1}^4 s_{i4}$
	$\sum_{j=1}^4 s_{1j}$	$\sum_{j=1}^4 s_{2j}$	$\sum_{j=1}^4 s_{3j}$	$\sum_{j=1}^4 s_{4j}$	$\sum_{j=1}^4 s_{5j} =$ $\sum_{i=1}^4 s_{i5}$

In deze matrix gelden volgende symbolen:

s_{ij} stelt de som van bedragen voor die in een bepaald vakje de uitdrukking zijn van een soort verrichting, en waarbij i verwijst naar de kolom en j naar de rij;

K_5 vector van de totalen van de rijen;

R_5 vector van de totalen van de kolommen;

$\sum_{j=1}^4 s_{ij}$ stelt de som voor van de bedragen in de vector i waarbij j varieert van 1 naar 4;

$\sum_{i=1}^4 s_{ij}$ stelt de som voor van de bedragen in de vector j waarbij i varieert van 1 naar 4.

De kapitaalgoederenstructuur wordt bepaald door

$$K = \left(\sum_{j=1}^4 s_{1j} - \sum_{i=1}^4 s_{i1} \right) + \left(\sum_{j=1}^4 s_{2j} - \sum_{i=1}^4 s_{i2} - \sum_{i=1}^4 s_{i3} \right)$$

De vermogensstructuur wordt bepaald door

$$V = \left(\sum_{i=1}^4 s_{i2} - \sum_{j=1}^4 s_{3j} \right)$$

Mits hieraan op grond van de vermogenstoename (B) of -afname (L) toe te voegen

$$R = b - L = \left(\sum_{i=1}^4 s_{i4} - \sum_{j=1}^4 s_{4j} \right)$$

leidt dit tot de eindsituatie wat het vermogen betreft.

Op grond van de balansidentiteit kan worden gesteld $K = V + R = V + B - L$, wat ook blijkt op grond van de totalengelijkheid uitgedrukt in het vakje K_5/R_5 van de laatste matrix.

Het geheel vormt dan ook het globale beeld van een balans waar een resultatenrekening bij aansluit:

Balans	Kapitaal-goederen-structuur (Activa)	Vermogens-structuur (Passiva)	A	P	Resultaat
		Vermogens-toename			
Resultaten-rekening	Vermogens-afname lasten	(baten)	L	B	

Naargelang nodig kan de gegeven matrix worden uitgebreid. Meer bijzonderheden kunnen worden ingelast, om bijvoorbeeld meer inzicht in de kapitaal-goederenstructuur of in de vermogensopbouw te krijgen.

Onder meer kan de kolom „Geanticipeerde aanvoer” onderverdeeld worden naar een anticipatie op lange of op korte termijn, naar een anticipatie in vorderingen of in koopwaar. De kolom „Geanticipeerde afvoer” kan onderverdeeld worden naar eigen of naar vreemd vermogen, enz.

c. Boekhoudkundige betekenis van de matrix

De aanvoer-afvoer tabel kan gezien worden als een debet-credit tabel. Aanvoer van liquide middelen, toename van de anticipatie op aanvoer, correctie op geanticipeerde afvoer, en correctie op waardetoevoegende geanticipeerde afvoer, leiden tot debiteren. In de eerste drie gevallen gaat het om het debiteren van balansrekeningen, in het vierde geval om het debiteren van resultatenrekeningen. Afvoer, geanticipeerde afvoer, correctie op geanticipeerde aanvoer en waardetoevoegende geanticipeerde afvoer, leiden tot crediteren. In de eerste drie gevallen gaat het om het crediteren van balansrekeningen, in het vierde geval gaat het om het crediteren van resultatenrekeningen.

De kolomvectoren kunnen debetvectoren en de rijvectoren kunnen creditvectoren genoemd worden. Een debetvector geeft weer welke rekening (of groep rekeningen) gedebiteerd wordt tegenover een aantal te crediteren rekeningen (of groepen daarvan). Een creditvector geeft weer welke rekening (of groep rekeningen) gecrediteerd wordt tegenover een aantal te debiteren rekeningen (of groepen daarvan).

Het totaal van de debiteringen, gelijk aan het totaal van de crediteringen, wordt in het laatste vakje rechts onderaan uitgedrukt.

Uitgaande van de analyse van het ondernemingsgebeuren in functie van aanvoer en afvoer van geldeenheden, waarbij de geldstroom uitgebreid wordt tot een duale munteenhedenstroom, is in deze matrix, mede steunend op de theorie die er aan ten grondslag ligt, een algemeen geldend, bedrijfseconomisch verantwoord systeem van criteria voor debiteren en crediteren uitgewerkt.

Het is overigens wel duidelijk dat in de overgang naar het meer algemeen boekhoudkundige deze matrix verder kan worden uitgebouwd. Voor elke rekening of rekeningengroep (activa, passiva, lasten en baten kunnen naar behoefte worden uitgesplitst) wordt een kolom en een rij gereserveerd. Voorafgaande aan de rekeningen wordt een kolom en een rij voorbehouden voor de beginsaldi. Na de kolommen en de rijen van de rekeningen volgt een kolom en een rij voor de totalen van de periode en een kolom en een rij voor de saldi (rekening houdend met het beginsaldo). Uit deze laatste gegevens kunnen Balans en Resultatenrekening worden opgebouwd.

d. Veralgemening van de betekenis van het matrix-model voor de boekhouding

- Toepassing voor de relatie tussen kostensoorten en kostenplaatsen

Een matrix kan worden opgebouwd waarbij voor elke kostenplaats een kolom en voor elke kostensoort een rij is voorzien. Elk kostenbedrag wordt geregistreerd in het vakje dat op het snijpunt van een kolom en een rij voorkomt al naar gelang de kostensoort en de kostenplaats waar het verband mede houdt. Het gaat daarbij om kostensoorten die direct zijn per kostenplaats. Voor zover het gaat om kostensoorten die met een omslag sleutel moeten verdeeld worden, worden bij elke kostensoort twee vectoren voorzien. De eerste vector neemt de omslagcoëfficiënten op, de tweede de toe te rekenen kostenbedragen. Indien de kosten van kostensoort S_1 in het volgende voorbeeld direct kunnen worden toegewezen en de kosten van kostensoort S_2 dienen te worden toegerekend volgens het aantal manuren ontstaat het volgende beeld:

Kosten-plaatsen \ Kosten-soorten		P_1	P_2	P_3
S_1		—	10.000,— 5.000,— 2.000,—	7.000,— 24.000,—
s_2	Manuren 1.000	200	—	300
Te verdelen be- drag		50.000,-	—	150.000,—
S_3				

Het proces van de verdeling op grond van omslagcoëfficiënten is wiskundig uit te drukken als volgt; een vector van de coëfficiënten wordt vermenigvuldigd met het te verdelen bedrag.

Het gaat hierbij nog steeds om een aanvoer-afvoer tabel. De stroom is hier een kostenstroom geworden van kosteneenheden die weer een duaal karakter hebben. De afvoer (output) gaat hier van de kostensoorten als aanvoer (input) naar de kostenplaatsen.

- Kostenverbijzondering bij wederkerig verband tussen kostencentra

In gevallen van wederkerig verband tussen de kostencentra stelt de verbijzondering speciale eisen. Het probleem kan onder andere aan de hand van een matrix-model worden opgelost. Ook hier gaat het inderdaad om duale gegevens: de betrokkenheid bij het kostenveroorzakend centrum en bij het kostentragend centrum.

Stel dat volgende gegevens gelden:

Aard van de centra	Onproductief			Productief	
Centra	A	B	C	K	L
Eigen kosten voor elk centrum	a	b	c	k	l
Verrekening voor A	● →	10%	20%	40%	30%
Verrekening voor B	50%	← ● →	10%	—	40%
Verrekening voor C	70%	—	← ● →	10%	20%
Totale kosten	x ₁	x ₂	x ₃		
Aan te rekenen kosten				y ₁	y ₂

dan kunnen volgende vergelijkingen worden opgesteld:

$$\begin{aligned} x_1 &= a + 0,5 x_2' + 0,7 x_3 \\ x_2 &= b + 0,1 x_1 \\ x_3 &= c + 0,2 x_1 + 0,1 x_2 \\ y_1 &= 0,4 x_1 + 0,1 x_3 \\ y_2 &= 0,3 x_1 + 0,4 x_2 + 0,2 x_3 \end{aligned}$$

Uit deze gegevens kunnen vectoren en matrices worden afgeleid. Onder meer is (0 0,1 0,2 0,4 0,3) een coëfficiëntenvector voor de verdeling van de kosten van A. Zo is (a, b, c, k, l) een vector van de eigen kosten en (a 0,5 x₂ 0,7 x₃) de kostenvector voor centrum A. Zo is ook (0,5 x₂ 0 0,1 x₂ 0 0,4 x₃) een kostenverdelingsvector voor B.

Voor verdere verwerking worden de vergelijkingen als volgt geschreven.

$$\begin{array}{rclclcl} x_1 & - & 0,5x_2 & - & 0,7x_3 & = & a \\ - & 0,1x_1 & + & x_2 & & = & b \\ - & 0,2x_1 & - & 0,1x_2 & + & x_3 & = & c \\ - & 0,4x_1 & & & - & 0,1x_3 + y_1 & = & 0 \\ - & 0,3x_1 & - & 0,4x_2 & - & 0,2x_3 & + & y_2 & = & 0 \end{array}$$

Daaruit kan een coëfficiëntenmatrix worden afgeleid:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,7 & 0 & 0 \\ -0,1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,2 & -0,1 & 1 & 0 & 0 \\ -0,4 & 0 & -0,1 & 1 & 0 \\ -0,3 & -0,4 & -0,2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

waarbij op grond van de eigenschappen van de matrices deze matrix vermenigvuldigd met de vector van de afhankelijke variabelen

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

gelijk moet zijn aan de vector van de constanten

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Door bewerking van de matrices leidt dit tot een oplossing.²⁾

- *Verdere verruiming van het toepassingsgebied*³⁾

Ook in tal van andere gevallen kan het matrix-model als uitgangspunt en als mathematisch instrument om problemen op te lossen gehanteerd worden in verband met de boekhouding of de ermede verband houdende bedrijfseconomische problemen.

Enige mogelijkheden zijn:

- bepalen van afschrijvingsbedragen;
- uitschakelen van de onderlinge winstbeïnvloeding (dubbeltellingen) voor geconsolideerde balansen en resultatenrekeningen;
- lineaire programmering van het produktenpakket met het oog op winst-maximalisatie.

²⁾ Voor meer bijzonderheden en voor de uitwerking van dit voorbeeld, zie A. Grypdonck: Kostenverbijzondering bij wederkerig verband tussen de kostencentra, in Maandblad voor Bedrijfsadministratie en -organisatie, 1968, nr. 859, p. 412-417.

³⁾ Zie hiertoe onder meer de volgende literatuur:

1 Corcoran, A. W.: Mathematical Applications in Accounting, New York 1968 (hierin is ook een inleiding tot de lineaire programmering te vinden).

2 Corcoran, A. W.: Matrix Book-keeping, in The Accountant, 31 okt. 1964.

3 Göbel, H.: Kostenstellenrechnung und Kostenflussanalyse als Matrizenrechnung, in Zeitschrift für Betriebswirtschaft, nov. 1965.

4 Langen, H.: Istkostenrechnung in Matrizendarstellung, in Zeitschrift für Betriebswirtschaft, jan. 1964

5 Mattessich, R.: Accounting and Analytical Methods, Homewood 1964.

6 Williams, Th. H. and C. H. Griffin: Management Information - A Quantitative Accent, Homewood 1967 (verschillende bijdragen in dit verzamelwerk).

7 Didactische betekenis van aanvoer-afvoer theorie en matrix

De aanvoer-afvoer theorie die hiervoor is opgebouwd laat toe, uitgaande van bedrijfseconomische basiselementen (kapitaalgoederenstructuur, vermogensstructuur en de samenhang tussen beide) criteria voor debiteren en crediteren te hanteren die steeds terug verwijzen naar het bedrijfseconomisch gebeuren. De geldstroom die als vertrekpunt wordt genomen wordt omgebogen tot een munteenhedenstroom met duaal karakter, waarbij elke verrichting kan worden ontleed in functie van de onmiddellijke of uitgestelde beïnvloeding van de aan- of afvoer van geldeenheden. Het aansluiten bij bedrijfseconomische aspecten biedt gelegenheid tot verwetenschappelijking van de boekhouding.

Ten aanzien van andere boekhoudkundige theorieën is vooral een confrontatie met de zaaktheorie nuttig. Het gaat hier om een sterke verruiming van de gelijkheid „bezittingen = schulden” in functie van het duale karakter van de munteenhedenstroom. De uitbouw van de theorie geeft de gelegenheid om de boekhouding als modellenbouw te benaderen en meer in het bijzonder het matrix-model te bespreken.

Het matrix-model benadrukt vooral het duale karakter van de erin opgenomen elementen en de mogelijkheid om velerlei dimensies van het ondernemingsgebeuren in de beschouwingen te betrekken.

Didactisch kan dit samengaan van deze theorie met het matrix-model vooral als voordeel hebben dat hanteerbare boekhoudkundige criteria op bedrijfseconomische grondslag voorhanden zijn en dat een eenvoudige vormgeving (gesteund op de dualiteit) toelaat voorlopig de meer technische aspecten van het boekhouden achterwege te laten. Oefeningen aan de hand van de matrix-tabel zullen het inzicht in de boekhoudkundige samenhang bevorderen en tijdwinst tot stand brengen. Bovendien zijn bij gebruik van een vrij uitgebreide matrix toepassingsmogelijkheden in de praktijk voor beperkte boekhoudingen niet uitgesloten.

Bijzondere wiskundige kennis is voor de student niet vereist. Toch geeft het hanteren van het matrix-model de gelegenheid om reeds te oriënteren in de richting van een aantal kwantitatieve technieken die, gesteund op de matrixtheorie afgestemd zijn op ondersteuning van het bedrijfsbeleid. In die zin kan de lijn van het matrix-model verder worden doorgetrokken.