# DE PLAATS EN DE BETEKENIS VAN HET BEGRIP „TECHNISCH JUISTE PROPORTIONALITEIT" IN DE LEER VAN DE KWANTITATIEVE VERHOUDINGEN

*door Prof. Dr H. J. van der Schroeff*

Omtrent het antwoord op de vraag, welke zich bij de analyse van de kwantitatieve verhoudingen bij de voortbrenging voordoet, of bij de samenwerking van de productiemiddelen voor de totstandkoming van het product van een door de techniek bepaalde standvastige verhouding moet worden uitgegaan, dan wel, of deze samenwerking een variatiemogelijkheid in de keuze van de verhouding der hoeveelheden toelaat, bestaat in de economische literatuur geen eenstemmigheid. Deze vraag kent de literatuur als die van vaste dan wel veranderlijke technische coëfficienten, in welk verband de namen van *Pareto, Walras, Barone* en *Cassel* kunnen worden genoemd. Het zijn vooral de mathematisch georiënteerde economen geweest, die dit tot een punt van discussie hebben gemaakt, hetgeen begrijpelijk is, omdat zich bij hun vergelijkingsstelsels in hun functionele prijstheorieën de noodzaak voordeed zich over de vraag van standvastigheid of veranderlijkheid van de kwantitatieve verhoudingen uit te spreken. Terwijl sommige auteurs het bestaan van standvastige verhoudingen nadrukkelijk ontkennen *(Pareto)*, gaan anderen impliciet dan wel expliciet van zodanige verhoudingen uit *(Walras, Cassel)*.

Het heeft naar mijn mening weinig zin om de in de literatuur te dezer zake opgeworpen controverse te volgen. De strijd, welke op dit punt is gevoerd, is naar mijn oordeel steriel, aangezien de waarneming van de concrete verschijnselen leert, dat zowel standvastige als veranderlijke verhoudingen voorkomen. De discussies komen bovendien niet steeds tot het wezen van de zaak, doordat niet is onderkend, dat aan het vraagstuk van de kwantitatieve verhoudingen twee facetten zijn te onderscheiden, n.l. de kwantitatieve samenstelling van het product en de verhouding van de hoeveelheden, waarin de middelen moeten (dan wel kunnen) worden samengevoegd voor de totstandkoming van het product. Beide verhoudingen behoeven niet samen te gaan; de verhouding welke de kwantitatieve samenstelling van het product aangeeft, behoeft geenszins de verhouding te zijn, waarin de middelen moeten (of kunnen) worden samengebracht om het product op te leveren.

Aan dit verschil in interpretatie, dat van grote betekenis moet worden geacht voor de analyse van het vraagstuk van de kwantitatieve verhoudingen, is de economische literatuur vrijwel voorbijgegaan, zeer tot schade van de analyse. De vergelijking met de scheikunde, waartegen *Pareto* terecht bezwaar maakte, heeft menig schrijver parten gespeeld. Inderdaad heeft de scheikunde voor haar reacties een verband tussen beide verhoudingen vastgesteld, dat de gehele scheikunde beheerst. De standvastige verhouding geldt niet alleen voor de elementen binnen de moleculaire structuur van de verbinding (hetgeen men vindt uitgedrukt in de wet van *Proust*), maar ook voor de hoeveelheden, waarin de reagerende stoffen zich bij de reactie verbinden. De elementen, die aan een reactie deelnemen, verbinden zich steeds in een standvastige gewichtsverhouding, terwijl bij een reactie van de ontleding van een verbinding de elementen eveneens in standvastige gewichtsverhoudingen ontstaan.

Ook voor andere wetenschappen heeft het zoeken naar analogieën met

de in de scheikunde vastgestelde kwantitatieve betrekkingen misleidend gewerkt. In de landbouwwetenschap heeft men onder invloed van *Justus von Liebig* lange tijd gemeend, dat de plant slechts tot wasdom kan komen, indien de vegetatiefactoren in een bepaalde kwantitatieve verhouding aanwezig zijn, een verhouding, welke door *von Liebig* als standvastig werd aangenomen. Deze laatste veronderstelling leidde tot de minimumwet, welke *von Liebig* zowel op de stoffen, welke de bodem bevat als op de atmosferische factoren (zoals licht, lucht, warmte en vochtigheid) van toepassing achtte.

Het zal niet veel toelichting behoeven, dat minimumwet en standvastige verhoudingen onverbrekelijk aan elkander verbonden zijn. Bedoelde wet kan dan alleen gelden, indien men aanneemt, dat de in overmaat aanwezig zijnde factoren geen invloed hebben op het resultaat, noch in positieve, noch in negatieve (d.w.z. schadelijke) zin. In het geval, waarin voor de totstandkoming van het product een door de natuur of de techniek vereiste standvastige verhouding van de middelen wordt vereist, dwingt de logica tot het aannemen van de stelling, dat het kwantum product bepaald zal worden door de hoeveelheid van dat productiemiddel, dat in het productieproces in de verhoudingsgewijze kleinste hoeveelheid aanwezig is. De hoeveelheden van de middelen, welke meer, derhalve in overmaat, aanwezig zijn, kunnen geen bijdrage leveren tot het product, omdat hun — om het met een chemische term te zeggen — een verbindingsmogelijkheid ontbreekt. De minimumfactor bepaalt dan ook de grootte van het resultaat, hetgeen in de minimumwet wordt uitgedrukt. Deze wet wordt na latere onderzoekingen *(Mitscherlich)* heden ten dage door de natuurphilosophen voor het vegetatieve proces niet meer aanvaard, nadat is komen vast te staan, dat de verhouding der groeifactoren geen standvastige is. De kwantitatieve betrekkingen laten binnen zekere grenzen een onderlinge substitutie der groeifactoren toe, waardoor voor het vegetatieproces van veranderlijke verhoudingen moet worden gesproken. Daarmede is voor deze processen de basis aan de minimumwet komen te ontvallen.

Voor het vervolg van ons betoog is het van belang om op te merken, dat de begrippen minimum- en maximumfactor aan standvastige verhoudingen zijn verbonden. Onder minimumfactor valt die factor te verstaan, die ten opzichte van de technisch vereiste verhouding in de kleinste hoeveelheid aanwezig is; maximumfactoren zijn die factoren, welke ten opzichte van de minimumfactor in overmaat aanwezig zijn. Zodra de standvastige verhouding gegeven is, kan voor elke verhouding, waarin de middelen zich in het proces bevinden, de minimum- en maximumpositie worden bepaald. Hetzelfde kan in andere woorden worden geformuleerd door te zeggen, dat zo de technisch juiste proportionaliteit bekend is, minimum- en maximumpositie der middelen kunnen worden aangegeven. De standvastige verhouding kan als de technisch juiste proportionaliteit worden aangemerkt. Met reden kan hier van een technisch juiste proportionaliteit worden gesproken, *juist,* omdat deze verhouding de doelmatigste is, *technisch,* omdat dit alleen geldt voor de relatie van de hoeveelheden van de middelen in vergelijking tot de verkregen hoeveelheid product.

Zelfs in het geval van standvastige verhoudingen behoeft de *economisch* gunstigste proportionaliteit niet met de *technisch* juiste proportionaliteit samen te vallen. Geen meer sprekend bewijs kan worden gegeven dan de kwantitatieve verhouding, die men ter bereiking van de eco-

nomisch meest gunstige proportionaliteit in het scheikundige productieproces zal kiezen. Ofschoon het gehele reactieproces door de standvastigheid van de verhoudingen wordt beheerst, zal men in het scheikundige productieproces de stoffen niet steeds in de hoeveelheden samenbrengen, welke in de chemische formule voor de reactie worden voorgeschreven. In de practijk zullen de kwantitatieve verhoudingen der reagerende stoffen zo worden gekozen dat de reactie onder de gunstigste *economische* verhoudingen verloopt. Daartoe kan het doelmatig zijn van de standvastige verhouding af te wijken en een (of meer) van de stoffen in overmaat te nemen, teneinde de reactiesnelheid te doen toenemen. Dit berust op de welbekende scheikundige wet van de massawerking (wet van *Guldberg* en *Waage*), welke leert, dat de reactiesnelheid (d.i. de hoeveelheid, welke per tijdseenheid wordt gevormd of omgezet) evenredig is met de concentratie van elk der op elkander inwerkende stoffen.

Deze wet — een van de fundamentele wetten van de scheikunde — is in de economische literatuur bij herhaling naar voren gebracht, zij het veelal in een verband, dat niet in overeenstemming is met haar strekking. De wet van de massawerking toch is een wet van de reactie*snelheid*, welke, zo men analogieën wenst te trekken met hetgeen zich in de voortbrenging in het algemeen voordoet, niet in de eerste plaats moet worden gezien in het kader van de kwantitatieve verhoudingen, maar in dat van de verhoudingen van tijd. De vergroting van de concentratie (d.i. de vergroting van de hoeveelheid) van een der stoffen brengt geen verandering in de standvastigheid van de kwantitatieve verhoudingen. De chemische reactie blijft volgens de standvastige verhouding verlopen. Door een der stoffen in overmaat te brengen wordt — behoudens bij evenwichtsreacties — het resultaat dan ook *niet vergroot;* het resultaat zal alleen in een *kortere tijd* worden verkregen [1]).

Om der wille van het voordeel van de versnelling van de afloop van de reactie wordt in de practijk van de toegepaste scheikunde als *economisch* doelmatige verhouding als regel niet de technisch juiste proportionaliteit gekozen, maar wordt een der middelen in overmaat gebracht. Daarvoor zal die stof worden gekozen, die de reactiesnelheid het gunstigst beïnvloedt, de prijs van dat middel in vergelijking met de prijzen der overige middelen in aanmerking genomen. Hieruit blijkt, dat ook bij standvastigheid van de kwantitatieve verhoudingen — in tegenstelling met datgene, wat men licht zou kunnen menen — de economisch meest gunstige proportionaliteit niet indifferent is voor de prijsverhoudingen. Langs de weg van het voordeel van de versnelling behoudt de prijsverhouding van de middelen haar invloed. De technisch juiste proportionaliteit moge op standvastige verhoudingen berusten, de economische proportionaliteit leidt tot *veranderlijke* verhoudingen bij de *samenvoeging* van de middelen. De kwantitatieve samenstelling van het *resultaat* van de samenvoeging blijft — ondanks dit laatste — constant!

De conclusie, welke uit het bovenstaande kan worden getrokken, is dat de technisch juiste proportionaliteit in het geval van standvastige

[1]) Dat het vaak in de economische analyse anders is gesteld, moet naar mijn oordeel daaraan worden toegeschreven, dat men zich heeft laten misleiden door hetgeen zich in de scheikunde afspeelt bij de z.g. evenwichtsreacties, d.z. de omkeerbare reacties, waarbij gelijktijdig met de vorming van nieuwe verbindingen wederom de omzetting plaats heeft van deze verbindingen in de oorspronkelijke. Hetgeen voor deze chemische processen is vastgesteld, gaat voor de industriële productie niet op. De wet van de massawerking krijgt hier een verkeerde toepassing, aangezien de (industriële) productieprocessen irreversibel zijn.

kwantitatieve verhoudingen, de grondslag vormt van de voor de samenvoeging van de middelen te kiezen verhouding. Voor de bereiking van de *economisch* meest gunstige proportionaliteit schept men echter minimum- en maximumposities van de middelen, welke posities afgemeten worden aan de *technisch* juiste proportionaliteit. Dit geldt niet alleen voor het chemische proces, maar voor alle productieprocessen, waarin sprake is van standvastige verhoudingen en waarin het mogelijk is om de productie door een vermeerderd kwantitatief beslag van een of meer der productiemiddelen te versnellen.

De problematiek ten aanzien van het begrip „technisch juiste proportionaliteit" ontstaat, zodra wij de standvastige verhoudingen loslaten en ons keren naar de veranderlijke verhoudingen. Een moeilijkheid wordt geschapen, doordat ons de verhouding ontvalt, waaraan die proportionaliteit kan worden gemeten. Een moeilijkheid ontstaat ook ten aanzien van de begrippen „minimum- en maximumpositie". Immers zo de technisch juiste proportionaliteit niet kan worden bepaald, hoe dan te zeggen wat een minimumpositie en wat een maximumpositie is? *Limperg* loste deze moeilijkheid op, door voor de technisch juiste proportionaliteit de verhouding aan te nemen, waarin geacht kan worden, dat de middelen zich in het resultaat verbinden. In zijn analyse van de kwantitatieve verhoudingen was behoefte om dit begrip nader af te lijnen, teneinde de begrippen minimum- en maximumpositie te kunnen definiëren. Daartoe werd een inhoud aan de technisch juiste proportionaliteit gegeven door uit te gaan van de *kwantitatieve samenstelling van het product. Limperg* heeft er nadrukkelijk op gewezen, dat deze verhouding slechts een hypothetische is, doordat het niet mogelijk is deze in de practijk te bepalen. Verschillende omstandigheden staan de exacte bepaling in de weg. In tegenstelling met de reagerende stoffen in het chemische proces is er bij het merendeel van de productiemiddelen geen sprake van een stoffelijke overgang in het product Een zodanige overgang is er alleen voor de grondstoffen en materialen en veelal dan nog slechts ten dele. De overige productiemiddelen dragen wel bij tot de technische totstandkoming van het product, maar zijn physisch niet in het product terug te vinden. Er zijn zelfs productiemiddelen, waarvan de bijdrage tot het product zich aan de waarneming onttrekt; in het industriële proces gaan tal van stoffen en energieën verloren, die aan de waarneming ontsnappen. Dit alles leidt ertoe, dat een bepaling van de bedoelde proportionaliteit, op de wijze als boven omschreven, niet mogelijk is.

Het begrip „technisch juiste proportionaliteit" stelt ons bij veranderlijke verhoudingen voor een grote en — naar hieronder zal blijken — naar mijn oordeel onoverkomenlijke moeilijkheid. Wij kunnen het er — naar mij dunkt — over eens zijn, dat het probleem van de kwantitatieve verhoudingen ligt bij de veranderlijke verhoudingen. Het zijn deze verhoudingen en de substitutiemogelijkheid van de middelen in kwantitatieve zin, die zich daarbij voordoet, die het economisch probleem doen ontstaan. Er ligt — zoals zich onmiddellijk laat inzien — een verband tussen de veranderlijkheid van de verhoudingen en de substitueerbaarheid. Bij substitutie is daarbij niet gedacht aan de kwalitatieve substitutie (waarbij het productiemiddel a in zijn samenwerking met b door een middel c wordt vervangen), maar aan de *kwantitatieve* substitutie, waarbij een vermindering van de hoeveelheid van het ene middel gepaard gaat met een vermeerdering van de hoeveelheid van het andere middel ter

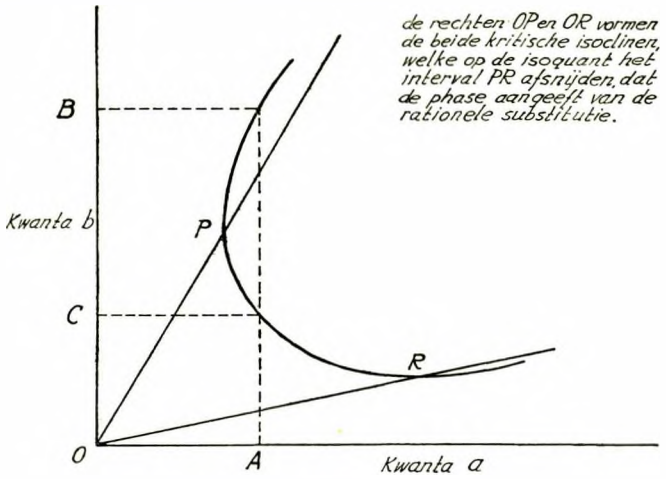
bereiking van eenzelfde resultaat. Sluiten standvastige verhoudingen kwantitatieve substitueerbaarheid uit [2]), veranderlijke verhoudingen houden een substitutiemogelijkheid in door de mogelijkheid van samenwerking van de middelen in verschillende combinaties, welke tot een technisch zelfde resultaat leiden. Door het vraagstuk van de kwantitatieve verhoudingen in verband te brengen met dat van de substitutie, wordt het een van de centrale problemen van de economische wetenschap. Het zijn de variatiemogelijkheden van de verhoudingen, de alternatieven, welke zich daarbij voordoen, welke de noodzaak scheppen van de keuze ter bereiking van de economisch meest gunstige proportionaliteit. In deze keuze ligt de zin van het bekende adagium, dat „Wirtschaften wählen" is.

De uitbeelding van de variatiemogelijkheden in de kwantitatieve verhoudingen wordt in het geval van twee productiemiddelen in het platte vlak gevonden in de isoquant, een term, ingevoerd door de Noorse econometrist *Ragnar Frisch*. Deze curve geeft aan de kwantitatieve verhoudingen, die tot eenzelfde technisch productieresultaat leiden. Deze curve, welke eveneens bekend is onder de naam van isoproductcurve, kan worden gedefinieerd als de meetkundige plaats van de punten, die de kwantitatieve verhoudingen van de middelen aangeven, welke tot eenzelfde hoeveelheid product leiden. De isoquant geeft de variërende kwantitatieve verhoudingen van de middelen aan, waarmede eenzelfde hoeveelheid product kan worden verkregen. Voor verschillende hoeveelheden product kunnen in het assenstelsel even zo vele isoquanten worden getekend, die in het geval van een homogeen lineaire productiefunctie „concentrisch" verlopen. De isoquant biedt een grafische uitbeeldingsmogelijkheid, welke een gemak betekent voor de voorstelling en de analyse. De curve veronderstelt twee variabelen; bij drie variabelen krijgt men een stereometrische figuur, doordat geen lijnen, doch vlakken ontstaan. Bij meerdere variabelen komt de ruimtelijke voorstelling ons te ontvallen, waarbij het vraagstuk alleen langs algebraïsche weg tot oplossing kan worden gebracht.

De isoquant kan haar nut bewijzen wanneer wij ons beraden omtrent de betekenis van het begrip „technisch juiste proportionaliteit" bij veranderlijke verhoudingen. Alle kwantitatieve variatiemogelijkheden voor het verkrijgen van eenzelfde hoeveelheid product worden door de curve aangegeven. Zodra wij aan de term „technische proportionaliteit" het woord „juist" verbinden, houdt dat in, dat wij willen komen tot een oordeel over de *doelmatigheid* van de proportionaliteit. Wat leert ons ten deze de isoquant? Uit het verloop van de curve kan onmiddellijk worden afgeleid, dat een aantal variatiemogelijkheden als *ondoelmatig* moeten worden afgewezen. Dit zijn n.l. de verhoudingen, welke voorbij die buigpunten van de curve liggen, welke worden gevonden door raaklijnen te trekken aan de curve, evenwijdig aan de beide assen. Beide raakpunten vormen kritische punten op de curve, omdat voorbij deze punten de vermeerdering van de hoeveelheid van het ene middel niet meer gepaard gaat met een vermindering van de hoeveelheid van het andere middel. Dit wijst duidelijk op een phase, die — zonder dat nog de prijzen van de middelen worden ingeschakeld — *economisch* als *irrationeel* moet worden aangemerkt, aangezien eenzelfde hoeveelheid product met een mindere

[2]) De variatiemogelijkheid, waarover wij boven met betrekking tot de wet van de massawerking spraken, is geen kwantitatieve substitutie!

aanwending van middelen had kunnen worden verkregen. Onderstaande tekening laat dit zien. De hoeveelheid product, waarop de isoquant betrekking heeft, kan worden bereikt met een mindere aanwending van b, zodat de hoeveelheid BC verspild zou zijn.




De lijnen, welke bovenbedoelde (buig)punten op de isoquant met de oorsprong verbinden, vormen de *kritische isoclinen*. In het geval, dat de productiefunctie een homogeen lineaire is, zijn de isoclinen rechten, welke op alle isoquanten, welke bij deze productiefunctie behoren, de rationele phase van de irrationele phasen afsnijden. Alleen *binnen* de isoclinen is er sprake van een *rationele substitutie*, waarbij — ter verkrijging van eenzelfde hoeveelheid product — een hoeveelheid van het ene middel door een vermeerderde aanwending van het andere middel wordt gesubstitueerd. Duidelijk zal het zijn, dat, naarmate de isoclinen verder uiteenlopen, de variatiemogelijkheid groter is. Vallen de isoclinen samen, dan is er geen variatiemogelijkheid en is sprake van standvastige verhoudingen.

De isoclinen hebben hun betekenis, omdat de irrationele phase, waarin sprake is van een teveel (subs. tekort) van een der productiemiddelen, van stonde af aan wordt uitgeschakeld. Onze aandacht richt zich uitsluitend op het interval van de rationele substitutie, dat, zoals kan worden aangetoond, de *rationele* phase is van de *afnemende* meeropbrengst. Het valt buiten het bestek van dit artikel om aan te tonen, dat alleen een bepaald interval van de phase van de afnemende meeropbrengst doelmatig is. Onderscheiden moet worden tussen een *irrationele* en een *rationele* phase van de afnemende meeropbrengst. Op de isoquant wordt deze laatste phase aangegeven door het interval binnen de isoclinen.

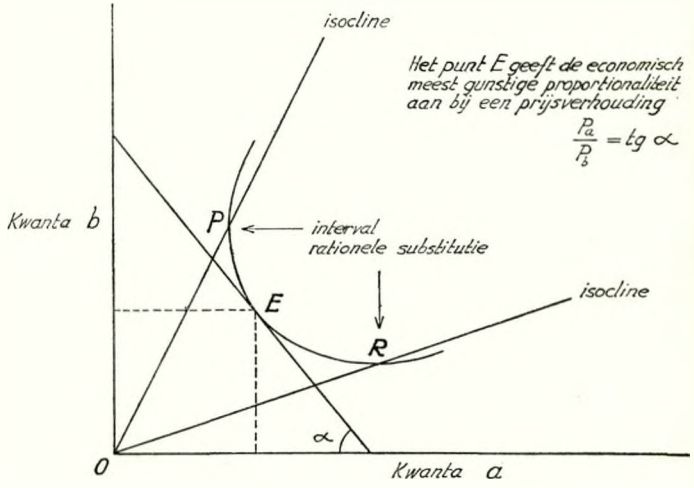
Voor de bepaling van de economisch gunstigste proportionaliteit zal op boven bedoeld interval die kwantitatieve verhouding moeten worden gekozen, welke gepaard gaat met de geringste opoffering van waarde. Dit komt neer op de bepaling van het punt van de *adequate substitutie*, waarbij de substitutie van een eenheid van a door een eenheid van b zonder invloed is op de opgeofferde waarde. Alle andere punten zijn — gemeten naar de opgeofferde waarde — minder doelmatig, omdat het daarbij nog van voordeel is om het ene middel door het andere te substitueren. Indien het onttrekken van een eenheid van a een kleinere in-

vloed heeft op het totaal van de opgeofferde waarde dan de toevoeging en daarmede de substitutie door een eenheid van b, houdt dit in, dat men doelmatig handelt door eenheden van a door b te substitueren, totdat het punt van de adequate substitutie is bereikt. Is omgekeerd die invloed groter, dan doet men verstandig om b door a te substitueren, eveneens tot aequatie is bereikt.

Teneinde deze aequatie vast te stellen moet de prijsverhouding van de middelen worden ingeschakeld. Doelmatig is het een curve in te voeren, die de kwantitatieve verhoudingen aangeeft, welke bij een *gegeven prijsverhouding* van de middelen leidt tot eenzelfde opgeofferde waarde. Deze curve kan worden aangegeven met de naam *isotime*, een term, afgeleid van het Grieks, welke gelijke waarde betekent. De isotimen zijn derhalve lijnen van gelijke opgeofferde waarde. Voor de kwantitatieve verhoudingen, welke op de isotimen liggen, is voldaan aan de voorwaarde $p_a q_a + p_b q_b = \text{constant}$, waarin $p_a$ en $p_b$ de prijzen van de middelen a en b en $q_a$ en $q_b$ de kwantiteiten aangeven.

In het geval, dat de prijzen van de middelen *onafhankelijk* zijn van de aangewende kwantiteiten, worden de isotimen aangegeven door rechten met een negatieve helling, waarvan de hellingscoëfficient wordt aangegeven door $\text{tg } \alpha = -\frac{p_a}{p_b}$. Bij eenzelfde prijsverhouding vormen de isotimen evenwijdige lijnen. Evenals men het vlak van het assenstelsel overdekt kan denken door een reeks van isoquanten, kan men dat ook ten opzichte van de isotimen. Bij elke hoeveelheid product behoort — de productiefunctie gegeven zijnde — een bepaalde isoquant; evenzo behoort bij elk bedrag aan opgeofferde waarde een bepaalde isotime. Naarmate de isotimen verder van de oorsprong verwijderd liggen, is het bedrag van de opgeofferde waarde groter.

Ik zie mij genoodzaakt in dit opstel de grootst mogelijke beknoptheid te betrachten, maar ik mag aannemen, dat het zonder nadere toelichting duidelijk zal zijn, dat het punt van de adequate substitutie, dat het punt vormt van de economisch meest gunstige proportionaliteit, gevonden wordt in het raakpunt van isoquant en isotime.




De bij dit punt behorende hoeveelheden van de middelen geven de kwantitatieve verhouding aan, waarbij de hoeveelheid product (door de

isoquant aangegeven) met de laagste kosten wordt verkregen. Alle andere verhoudingen zijn minder doelmatig (en daarmede ondoelmatig), doordat de daarbij opgeofferde waarde een verspilling in zich draagt. Wijzigt zich de prijsverhouding, dan brengt dit verandering in de helling van de isotime, zodat voor de economisch juiste proportionaliteit een andere kwantitatieve verhouding wordt gevonden.

Zodra wij de waarde(prijs)verhouding van de middelen inschakelen, is de economisch doelmatige substitutie en daarmede de economisch juiste proportionaliteit bepaald. Daartegenover staat, dat, zolang nog uitsluitend in technische kwanta (los van de prijzen) wordt gedacht, geen oordeel omtrent de doelmatigheid (hetgeen voor het begrip technisch *juiste* proportionaliteit nodig is) kan worden uitgesproken. Wel is het mogelijk, zoals in het vorenstaande aangegeven, een aantal verhoudingen als ondoelmatig uit te schakelen, n.l. die, welke buiten de isoclinen liggen. Binnen de isoclinen echter is naar *technische* maatstaf gemeten de ene verhouding niet doelmatiger dan de andere. De isoquant beeldt uit, dat er een aantal alternatieve mogelijkheden liggen ten aanzien van de kwantitatieve verhoudingen, welke tot eenzelfde hoeveelheid product leiden. De ene verhouding kan niet doelmatiger worden genoemd dan de andere. Welke maatstaf zouden wij daarvoor moeten aanleggen? Is — om eenzelfde resultaat te bereiken — een verhouding van 3 eenheden van het middel a en 1 eenheid van b doelmatiger dan 2 eenheden van a en 2 van b? Bij deze verschuiving in de kwantitatieve verhouding heeft een substitutie plaats gevonden van 1 eenheid van a door 1 eenheid van b. Zodra wij de waarde inschakelen kan over de doelmatigheid van deze substitutie onmiddellijk een oordeel worden uitgesproken. Hoe zouden wij tot een oordeel kunnen komen zolang de waarde(prijs)verhouding ons niet bekend is? Een maatstaf voor de bepaling van een technisch optimum, gelijk in het begrip technisch juiste proportionaliteit wordt uitgedrukt, ontbreekt. Niet alleen zijn de middelen onderling onvergelijkbaar, maar ook de mogelijkheid van een vergelijking van de kwantiteiten der middelen ten opzichte van het resultaat (welke vergelijking bij standvastige verhouding mogelijk is), komt ons bij veranderlijke verhoudingen te ontvallen. Alle kwantitatieve variatiemogelijkheden door de isoquant aangegeven zijn *technisch* (niet economisch!) *even rationeel*, voor zover zij *binnen* de isoclinen vallen; *daarbuiten* zijn zij economisch alle *irrationeel*.

Om nog een stap verder te gaan: de technisch juiste proportionaliteit is niet alleen niet te bepalen, het begrip verliest bij veranderlijke verhoudingen zijn zin. Bij standvastige verhoudingen is de kennis van de technisch juiste proportionaliteit noodzakelijk om minimum- en maximumpositie te kunnen bepalen, zulks met het oog op de betekenis, die deze posities hebben voor de economisch meest gunstige proportionaliteit. Bij veranderlijke verhoudingen is er geen ratio om van minimum- en maximumpositie te spreken. De isoquant doet zien, dat er een aantal *technische* variatiemogelijkheden zijn, waaruit men voor de *economische* proportionaliteit een keuze moet doen. Men kan binnen het interval van de rationele substitutie meer van het ene middel nemen en minder van het andere, derhalve het ene middel door het andere substitueren. Technisch — dit volgt uit de isoquant — heeft dat geen invloed op het resultaat. De keuze is een zuiver economische op grond van de waarde-

(prijs)verhoudingen van de middelen en het zijn alleen factoren aan de economische proportionaliteit ontleend, die de keuze bepalen. Noch het begrip technisch juiste proportionaliteit, noch de begrippen minimum- en maximumpositie passen in het kader van veranderlijke verhoudingen. Deze begrippen mogen een algemene functie hebben gehad in de opbouw van de leer van de kwantitatieve verhoudingen, zodra men zich de betekenis van het onderscheid in standvastige en veranderlijke verhoudingen bewust is, zal men — zo is althans mijn zienswijze — tot de conclusie moeten komen, dat bedoelde begrippen uitsluitend hun plaats hebben in en betekenis hebben voor de standvastige verhoudingen.

De bovengegeven conclusies zijn in lijnrechte tegenspraak met de zienswijze, die mijn collega *Kleerekoper* in zijn „Grondbeginselen der Bedrijfseconomie" heeft ontwikkeld. Enige door mij gemaakte kritische opmerkingen, welke mijn collega vond in een door een van mijn studenten uitgegeven gestencild dictaat van de door mij over dit onderwerp gegeven colleges in de cursus 1948/49, hebben hem gebracht tot de polemiek, neergelegd in een artikelenreeks in de nrs. Januari, Februari en Maart 1951 van dit Maandblad. In deze artikelen is nog eens duidelijk naar voren getreden, dat mijn collega in het geval van veranderlijke verhoudingen niet alleen aan het begrip technisch juiste proportionaliteit een functie toekent, maar ook, dat hij meent, dat deze proportionaliteit exact kan worden bepaald.

Voor elke discussie is het vruchtbaar uit te gaan van de gemeenschappelijke punten, alvorens te zien naar die punten, welke de meningen verdeeld houden. In dit verband moge worden opgemerkt, dat collega K. en ik een gemeenschappelijk uitgangspunt hebben voor onze beschouwingen. Het vraagstuk van de kwantitatieve verhoudingen heeft voor ons beiden eenzelfde inhoud, n.l. de vaststelling van de keuze van de doelmatige kwantitatieve verhoudingen bij de *samenvoeging* van de middelen in het productieproces. Het is van belang om zulks op te merken, omdat de blz. 94 en 95 van het bedoelde artikel de lezer de indruk zouden kunnen geven, dat reeds op dit punt van een verschil van zienswijze sprake zou zijn. Er kan naar mij dunkt geen twijfel aan bestaan, dat voor de analyse van de kwantitatieve verhoudingen, het uitgaan van de verhouding van de samenvoeging van de middelen de enige juiste aanvat van het vraagstuk is. Er is in dit opzicht tussen ons geen verschil van opvatting, ook niet van collega K. ten opzichte van Prof. *Limperg*. Een opmerking, dat dit wel het geval zou zijn, heb ik nimmer gemaakt. Heel iets anders is, dat ik gezegd heb, dat een verschil in opvatting valt waar te nemen ten opzichte van de inhoud van het begrip technisch juiste proportionaliteit. Zo ik mijn eigen aantekeningen voor het bedoeld college raadpleeg vind ik daarin woordelijk: „*Limperg* bouwt het begrip technisch juiste proportionaliteit op de hypothetische verhouding van de kwantitatieve samenstelling van het product, *Kleerekoper* op de verhouding van de samenvoeging van de middelen in het productieproces". Te anderer plaatse staat er: „terwijl Prof. *Limperg* zich bediend heeft van de hypothese, wil Prof. *Kleerekoper* langs wiskundige weg tot de vaststelling van de technisch juiste proportionaliteit komen". Ik heb in het vervolg van mijn betoog geen bezwaar gemaakt tegen het door *Limperg* geïntroduceerde begrip, dat ik, gezien het hypothetisch karakter van de technisch juiste proportionaliteit, een kunstbegrip noemde. Ik heb daarentegen wel bedenkingen gemaakt tegen het door *Kleerekoper* ontwik-

kelde begrip, bedenkingen, die na lezing van zijn artikelenreeks onverzwakt zijn blijven bestaan.

De verhoudingen, waarnaar ons beider aandacht uitgaat, zijn de veranderlijke verhoudingen, derhalve verhoudingen, waarbij kwantitatieve substitutie kan worden toegepast. Het vraagstuk, dat daarbij valt op te lossen is de bepaling van die kwantitatieve verhouding van de middelen, waarbij de substitutie het punt heeft bereikt, dat het gewenste resultaat met de geringste opoffering van waarde wordt verkregen. In de analyse van dat probleem is de vaststelling van de technische proportionaliteit slechts een voorphase, n.l. de phase, waarin de doelmatigheid van de verhouding aan de technische kwanta wordt gemeten. Ik ben er van overtuigd collega K. aan mijn zijde te zullen vinden wanneer ik zeg, dat — los van de prijzen — een aantal kwantitatieve verhoudingen als economisch ondoelmatig ter zijde kunnen worden gezet. Dat zijn met name de verhoudingen in het interval van de toenemende meeropbrengst, in dat van de afnemende opbrengsten en het irrationele interval van de phase van de afnemende meeropbrengst. Dit laatste kan zo worden geformuleerd, dat de verhoudingen eerst dan rationeel zijn voor zover het grensproduct gelijk is aan of kleiner is dan het gemiddelde product. Over deze punten zijn wij het eens. Als mijn collega op blz. 110 (van de Jaargang 1951) schrijft, dat hij gaarne wil aannemen „dat van der Schroeff zijn stellingen zelve gevonden heeft en geen kennis genomen heeft van de boven geciteerde B 1 § 77 en B 2, § 73" (bedoeld is zijn „Bedrijfseconomie" Deel I en Deel II), moge ik slechts hopen, dat de lezer een even goedgunstig oordeel over mij heeft als mijn collega. Door eigen analyse was ik — los van de literatuur en ook van hetgeen mijn collega in het eerste deel van zijn boek schreef — tot bovenbedoelde stelling gekomen. Van het tweede deel kon ik ten tijde van mijn college bezwaarlijk kennis nemen, aangezien dit deel verscheen nadat ik mijn college reeds had gehouden. Laat ons overigens de prioriteit er niet bij betrekken; de literatuur is ons wat deze stelling betreft reeds voor geweest.

Collega *Kleerekoper* wil langs wiskundige weg tot de vaststelling van de technisch juiste proportionaliteit komen. De daarvoor gegeven afleiding gaat uit — evenals wij in het bovenstaande hebben gedaan — van een homogeen lineaire productiefunctie en wel $p = f(k_1, k_2)$, waarin $k_1$ en $k_2$ beide veranderlijke grootheden zijn. Een verhouding $\frac{k_1}{k_2}$ kan worden aangegeven, die, geheel *afgezien van de prijzen,* als het meest in overeenstemming met het economisch motief moet worden beschouwd. Bedoelde verhouding (gemeten in physische kwanta, dus bijv. in kilogrammen, liters, enz.) voldoet aan de voorwaarde, dat zij — los van de prijsverhouding van de middelen — van alle variatiemogelijkheden in de kwantitatieve verhoudingen optimaal is, zodat naar het oordeel van mijn collega van een technisch *juiste* proportionaliteit kan worden gesproken.

De afleiding van deze verhouding is te vinden in zijn „Grondbeginselen der Bedrijfseconomie", deel I § 74, als ook op de blz. 98, 99 en 100 van het Maartnummer van de Jaargang 1951 van dit Maandblad. Op deze blz. wordt zowel een „correcte" als een „incorrecte" afleiding opgenomen, de laatste om de moeilijkheid, die mij volgens collega K. in de impasse zou hebben gevoerd, in het licht te stellen. Deze impasse zou daarin bestaan, dat mijn inzicht door de keuze van de eenheden zou zijn

vertroebeld. Tegen deze voorstelling moet ik bezwaar maken. In mijn college, waartegen de kritiek zich richt, ben ik bij de bespreking van de zienswijze van mijn collega uitgegaan van hetgeen door hem op blz. 79 van zijn „Grondbeginselen" deel I is gezegd, waarin de „correcte" afleiding is gegeven. Het dunkt mij een evidentie, dat de keuze van de eenheden — of men kilogrammen of hectogrammen als maateenheid hanteert — irrelevant is. Voor mij althans heeft hierin geen enkele moeilijkheid gelegen en ik meen dan ook, ter vereenvoudiging van de discussie, te kunnen voorbijgaan aan hetgeen op de blz. 98 tot en met 101 van het artikel is geschreven.

Bij de afleiding van de verhouding, welke als technisch juiste proportionaliteit moet worden aangemerkt, past *Kleerekoper* de substitutiegedachte toe. Deze afleiding vertoont enige overeenkomst met die, welke ik in het bovenstaande gaf, echter met dit belangrijk verschil, dat ik de substitutiegedachte doorvoerde in waarde-eenheden om te komen tot de *economisch* juiste proportionaliteit, terwijl mijn collega de substitutie in technische kwanta hanteert voor de afleiding van de *technisch* juiste proportionaliteit. „Indien nu, wanneer de prijzen geen rol spelen" — zo citeer ik „Grondbeginselen" I, blz. 80 — „de toevoeging van 1 % aan het ene productiemiddel een grotere procentuele toeneming van het product ten gevolge heeft dan een onttrekking van 1 % van het andere productiemiddel een vermindering van het product medebrengt, dan zal een minder gunstige technische verhouding $\frac{k_1}{k_2}$ aanwezig zijn dan wanneer beide veranderingen eenzelfde resultaat opleveren". Uit dit citaat volgt, dat volgens collega K. de technisch juiste proportionaliteit bij deze verhouding ligt waar de substitutie van relatief gelijke kwanta van het ene productiemiddel door het andere geen effect heeft op de hoeveelheid product. Deze verhouding zal bereikt zijn — de lezer vindt de afleiding daarvan nog eens op blz. 100 van het Maartnummer 1951 — indien voldaan is aan de voorwaarde

$$\frac{k_1}{p}\,\frac{\triangle p}{\triangle k_1} = \frac{k_2}{p}\,\frac{\triangle p}{\triangle k_2}$$

De bezwaren, welke ik tegen de in het bovenstaande weergegeven zienswijze heb, richten zich niet op de uitwerking, maar op het uitgangspunt. Mijn collega stelt — men kan er het gegeven citaat en zovele andere plaatsen in zijn betoog op nalezen — dat, indien de gevolgen op het resultaat van de relatief gelijke verandering van de hoeveelheden der middelen niet gelijk is, *een minder gunstige technische verhouding* $\frac{k_1}{k_2}$ aanwezig is dan wanneer deze gevolgen elkander compenseren. Deze stelling vormt mijn kernbezwaar. De vraag toch, welke onmiddellijk rijst en welke gesteld moet worden, is: *waarom* is dit een minder gunstige verhouding? Waarom — zo laat zich verder vragen — is de ene technische verhouding meer en de andere minder in overeenstemming met het economische motief? Bij deze vraag houde men in het oog, dat de prijzen en daarmede de waarde van de middelen buiten beschouwing zijn gelaten. Zou men de prijzen (beter gezegd de prijsverhouding) erin betrekken, dan zou men — maar dan gaat het ook om de *economisch* juiste proportionaliteit — tot een antwoord kunnen komen. Zolang de prijsverhouding nog niet in aanmerking is genomen, hoe dan te zeggen, dat de ene verhouding gunstiger is dan de andere? Waarom zou men willen

afmeten, dat $2k_1 + 3k_2$ gunstiger — dat wil volgens K. zeggen meer in overeenstemming met het economisch motief — is dan bijv. $3k_1 + 2k_2$? Terecht merkte *Dr Diepenhorst* in zijn kritiek op *Kleerekoper*'s visie van de technische kosteneenheid (M.A.B. Aprilnummer 1952) op, dat men wel $2k_1 + 3k_2$ kan vergelijken met $2k_1 + 2k_2$, maar niet met $3k_1 + 2k_2$. *Kleerekoper* meent de moeilijkheid, welke hier ligt, door het poneren van de boven aangegeven stelling te hebben opgelost. Welnu, ik aarzel niet te zeggen, dat dit een onbewezen stelling is, n'en déplaise al hetgeen K. in de beide delen van zijn boek, zijn artikelenreeks en in de beantwoordingen op de bedenkingen van de heren *van Kampen Jr.* en *Diepenhorst* heeft gezegd. Men kan verder gaan. Het is niet alleen een onbewezen stelling, maar — wat belangrijker is — het is een stelling, welke niet te bewijzen valt! De beschouwingen met betrekking tot de orthogonale hyperbool, waarvan het raakpunt met de isoquant de technisch juiste proportionaliteit zou aangeven, vermogen geen enkele bewijsgrond op te leveren, dat de bij dit punt behorende technische verhouding $\frac{k_1}{k_2}$ aan de voorwaarde voldoet, welke in het begrip technisch *juiste* proportionaliteit besloten ligt. De daar gegeven mathematische afleiding kan niets afdoen aan het feit, dat de verhouding $\frac{k_1}{k_2}$ economisch een volmaakt willekeurige is.

Al even aprioristisch is de formule $t = \sqrt{k_1 k_2}$ welke in het betoog van mijn collega zulk een belangrijke plaats inneemt. Aan deze formule ligt kennelijk de gedachte ten grondslag, dat de technische offers minimaal zijn, indien het meetkundig gemiddelde van de aangewende kwanta der middelen minimaal is. Ook hier blijft mij, doordat — ondanks het vele, dat daarover werd geschreven — het bewijs achterwege is gebleven, slechts de vraagvorm over. Waarom het meetkundig gemiddelde — zo laat zich de vraag stellen — waarom niet de derdemachts wortel uit $k_1k_2$ of bijv. de zevendemachts wortel? Beide veronderstellingen zijn even aanvaardbaar of onaanvaardbaar als de tweedemachts wortel. De door mijn collega in dit verband bij herhaling gegeven verwijzing naar $k_1k_2 = c$ zegt ten deze niets. Het is mij duidelijk, dat mijn collega gezocht heeft naar een maateenheid om het vraagstuk van de kwantitatieve verhoudingen van dat van de grootte van de bedrijfseenheid te scheiden. Waarom moet echter deze maat gezocht worden in $k_1k_2 =$ constant? Ik wil niet in herhaling vervallen van hetgeen *Diepenhorst* dienaangaande in zijn eerder geciteerd artikel naar voren heeft gebracht. Zijn bedenkingen — inzonderheid die van de punten 6 en 7 van dit artikel — zijn ook de mijne.

Wanneer wij het vraagstuk, waarom het hier gaat, overzien komen wij tot de conclusie, dat *Kleerekoper* gezocht heeft naar een wijze, waarop de technisch juiste proportionaliteit kan worden bepaald voor het geval, dat er een mogelijkheid is van een onderlinge kwantitatieve substitutie van de middelen. Men kan waardering hebben voor de poging, welke mijn collega ten deze heeft ondernomen, een doordringen in de problematiek, welke de veranderlijke verhoudingen scheppen, kan naar mijn mening niet anders dan tot de slotsom leiden, dat het zoeken naar de technisch juiste proportionaliteit het zoeken naar de steen der wijzen is. Er valt geen verhouding aan te wijzen, waarvan gezegd kan worden, dat daarbij het resultaat optimaal is ten opzichte van de aangewende middelen, althans wanneer het gaat om veranderlijke verhoudingen en resultaat en middelen in technische eenheden worden gemeten.

Om te besluiten willen wij herhalen hetgeen reeds eerder werd gezegd, n.l. dat noch het begrip technisch juiste proportionaliteit, noch de begrippen minimum- en maximumpositie passen in het kader van de veranderlijke verhoudingen. Het inzicht in de betekenis van het onderscheid in standvastige en veranderlijke verhoudingen moet tot de conclusie voeren, dat bedoelde begrippen uitsluitend hun plaats hebben in en betekenis hebben voor de standvastige verhoudingen. Dit hebben wij in dit artikel willen uiteenzetten. Dat in de analyse van de veranderlijke verhoudingen aan deze begrippen geen behoefte bestaat en dat deze derhalve gevoeglijk kunnen worden gemist, hoop ik aan te kunnen tonen in een boek, dat onder de titel „Kwantitatieve verhoudingen en economische proportionaliteit" binnenkort van mijn hand zal verschijnen.