

HET ARTIKEL „EENHEDEN STEEKPROEFMETHODE” IN HET „HANDBOEK ACCOUNTANCY”

door M. Vermaas

Inleiding

Onder de lezers van het M.A.B. zullen er verscheidene zijn die ook het „Handboek Accountancy” ter beschikking hebben. Op blz. 3089 van dat „Handboek” is een artikel opgenomen van R. Metzger en J. M. Zuydervliet, getiteld „Eenheden steekproefmethode”. Daarin wordt gesteld dat de door hen beschreven methode, aan te duiden als „T.A.C.S.-methode”, gezien moet worden als een belangrijke stap vooruit in de ontwikkeling van de techniek van statistische steekproeven. Naar mijn mening is zulks echter slechts schijn.

Om mogelijk te maken mijn beschouwingen te volgen, zonder genoemd handboek te raadplegen, zal in de volgende paragraaf de door Metzger en Zuydervliet bepleite „T.A.C.S.-methode” in het kort worden weergegeven. Omdat de methode is aangemerkt als een voortbouwen op de gedachten die tot de ontwikkeling van de z.g. „gulden rangnummer-methode” hebben geleid, zal ik echter eerst de hoofdzak van die methode memoreren.

De „gulden rangnummer-methode” werd door A. van Heerden geïntroduceerd in het M.A.B. van december 1961. Bij deze methode beschouwt men een verzameling van posten, b.v. facturen, met een totaalbedrag van f 10.000.000.— als een populatie van 10.000.000 guldens, die elk een gelijke kans krijgen om bij de steekproef te worden getrokken; ze kunnen worden aangewezen met behulp van „at random”-tabellen. De posten, i.c. facturen waarin de aangewezen guldens zich bevinden, worden gecontroleerd. Is de post fout, dan wordt volgens een bepaalde afspraak uitgemaakt of de aangewezen gulden al dan niet fout is. Zo’n afspraak kan b.v. zijn dat bij een te hoge post de laatste guldens van die post als fout zullen worden aangemerkt.

De „gulden rangnummer-methode” en ook de „T.A.C.S.-methode” beogen vooral om binnen bepaalde nauwkeurigheidsgrenzen tot een schatting van de maximale geldswaarde van de mogelijke fouten in de totale populatie te komen. Daarom zal ik hier ook aangeven hoe zo’n schatting pleegt te worden berekend. Daarvoor maak ik gebruik van de tabel welke voorkomt in een publicatie in „De Accountant” nr. 8 van april 1975. De tabel luidt · verkort · als volgt:

$k =$ aantal fouten in de steekproef	$n.p =$ produkt van steekproefomvang (n) en foutenfractie (p) in de populatie	
	minimaal	maximaal
0	0,00	3,00
1	0,05	4,74
2	0,36	6,30
3	0,82	7,75
4	1,37	9,15
5	1,97	10,51
6	2,61	11,84

Nauwkeurigheidsgrens 95%

Het gebruik van voorgaande tabel kan als volgt worden gedemonstreerd. Stel dat 100 guldens werden aangewezen om in de steekproef te worden betrokken en dat er uiteindelijk 2 als fout worden aangemerkt. De maximale foutenfractie in de populatie is dan $\frac{6,30}{100} = 0,063 = 6,3\%$. Bij een populatie van f 10.000.000.— is de maximale fout dus $6,3\%$ van f 10.000.000.— = f 630.000.—.

De „T.A.C.S.-methode"

Bij de in mijn inleiding weergegeven tabel zien we dat $n.p$ steeds met een zekere waarde toeneemt indien k toeneemt. Worden b.v. 3 in plaats van 2 fouten in de steekproef aangetroffen, dan stijgt $n.p$ van 6,30 tot 7,75; het verschil van 1,45 wordt „aanpassingsfactor" genoemd. Metzer en Zuydervliet geven een tabel voor deze „aanpassingsfactoren". De tabel bevat dus, behoudens afronding, waarden welke ook uit de in mijn inleiding genoemde tabel kunnen worden afgeleid. De tabel van Metzer en Zuydervliet luidt - verkort - als volgt:

	<i>aanpassingsfactor</i>
Bij 1e fout	1,75
Bij 2e fout	1,56
Bij 3e fout	1,46
Bij 4e fout	1,40
Bij 5e fout	1,36
Bij 6e fout	1,33

Bij de „T.A.C.S.-methode" wordt bij het constateren van een foute post niet, zoals bij de „gulden rangnummer-methode", volgens een bepaalde afspraak de voor de steekproef aangewezen gulden al dan niet als fout aangemerkt. Neen, de aangewezen gulden wordt gedeeltelijk fout gerekend, als de post waarin hij zich bevindt gedeeltelijk fout is. Als b.v. een post van f 10.000.— fout is omdat het bedrag f 9.000.— moet zijn, dan beloopt die fout 10% van de post; de voor de steekproef aangewezen gulden, welke zich in die post bevindt, wordt dan ook voor 10% fout gerekend.

Bij de „T.A.C.S.-methode" worden de guldens niet volkomen aselekt uit de gehele populatie getrokken. De populatie wordt als het ware in n gelijke delen (z.g. „cellen") geknipt. Bij een populatie van b.v. 10.000.000 guldens en een steekproef-omvang (n) van 200, bestaat een cel uit 50.000 guldens. Uit iedere cel mag slechts één gulden worden getrokken. Dit leidt ertoe dat posten gelijk aan of groter dan tweemaal de grootte van een cel, volledig worden gecontroleerd.

In het artikel van Metzer en Zuydervliet wordt de „T.A.C.S.-methode" met het volgende voorbeeld gedemonstreerd: Uit een populatie van f 10 miljoen is een steekproef genomen van 200 guldens en daarbij zijn 3 fouten geconstateerd:

		<i>fout</i>
1e fout: f 8.270.— moet zijn f 8.070.—	f	200.— (2.4%)
2e fout: f 180.— moet zijn f 150.—	f	30.— (16.7%)
3e fout: f 107.952.— moet zijn f 97.952.—	f	10.000.—

De 3e fout bevindt zich in een post welke groter is dan tweemaal de grootte van de cel (i.c. $2 \times f\ 50.000.-$); aangezien deze posten volledig worden gecontroleerd, zo merken Metzger en Zuydervliet zelf op, behoeft deze 3e fout niet statistisch te worden geëvalueerd.

De schatting van de maximale fout verloopt bij Metzger en Zuydervliet als volgt:

$\frac{3,00}{200} \times f\ 10.000.000.-$	$= f\ 150.000.-$
$0,167 \times \frac{1,75}{200} \times f\ 10.000.000.-$	$= f\ 14.613.-$
$0,024 \times \frac{1,56}{200} \times f\ 10.000.000.-$	$= f\ 1.872.-$
Fout in de volledig gecontroleerde posten (3e fout)	$f\ 10.000.-$
Maximaal te verwachten fout	$\frac{f\ 176.485.-}{= = = = =}$

N.B. De factor 3,00 is te vinden bij de tabel in mijn inleiding (nul posten geheel fout).
 De factoren 1,75 en 1,56 zijn te vinden bij de tabel „aanpassingsfactoren”; de grootste factor wordt toegekend aan de procentueel grootste fout.

Hoewel zulks los staat van de methode en van mijn beschouwingen daarover, moet ik opmerken dat naar mijn mening in de berekening van Metzger en Zuydervliet een onjuistheid schuilt. Over het hoofd is gezien dat de populatie van $f\ 10.000.000.-$ voor een deel volledig werd gecontroleerd. De fout van $f\ 10.000.-$ in het volledig gecontroleerde deel wordt rechtstreeks in de berekening opgenomen; het is dan onjuist om in het overige deel van de berekening - n.l. de statistische evaluatie van het bij steekproef gecontroleerde *deel* van de populatie - toch met de volledige populatie van $f\ 10.000.000.-$ te cijferen.
 Ik zal - ten behoeve van mijn verdere beschouwing - het voorbeeld op een, naar mijn mening, correcte wijze becijferen. De populatie van $f\ 10.000.000.-$ moet daartoe nader worden gespecificeerd, b.v. als volgt:

30 posten $\geq f\ 100.000.-$, totaal	$f\ 4.500.000.-$
4970 posten $< f\ 100.000.-$, totaal	$f\ 5.500.000.-$
<u>5000 posten</u>	<u>$f\ 10.000.000.-$</u>
$= = = = =$	$= = = = =$

Er worden 200 guldens gecontroleerd; daarin zijn 30 guldens van de posten $\geq f\ 100.000.-$ begrepen, zodat we in feite te doen hebben met een steekproef van 170 guldens uit de populatie van posten $< f\ 100.000.-$.
 De schatting van de maximale fout verloopt nu als volgt:

$$\begin{array}{rcl}
\frac{3,00}{170} \times f \ 5.500.000.- & = & f \ 97.059.- \\
0,167 \times \frac{1,75}{170} \times f \ 5.500.000.- & = & f \ 9.455.- \\
0,024 \times \frac{1,56}{170} \times f \ 5.500.000.- & = & f \ 1.211.- \\
\text{Fout in de volledig gecontroleerde posten (3e fout)} & & f \ 10.000.- \\
\text{Maximaal te verwachten fout} & & \underline{\underline{f \ 117.725.-}} \\
& & \underline{\underline{= = = = =}}
\end{array}$$

We zullen deze uitkomst aanduiden als „gecorrigeerde uitkomst Metzger/Zuydervliet”.

Beoordeling van de „T.A.C.S.-methode”

Als voordeel van de aanbevolen methode ten opzichte van de „gulden rangnummer-methode” wordt genoemd dat alle fouten in getrokken posten in de evaluatie worden betrokken. Daar stel ik echter tegenover dat in die aanbevolen methode de ene fout van f 30.- niet dezelfde waarde heeft als de andere fout van f 30.-. Als de fout van f 30.- niet zou schuilen in een post van f 180.-, maar in een post van f 40.- (b.v. een bewijsstuk van f 10.- wordt per abuis met f 40.- betaald), dan zou de „gecorrigeerde uitkomst Metzger/Zuydervliet” ad f 117.725.- uitgekomen zijn op f 150.733.-. (De oorspronkelijke becijfering van Metzger en Zuydervliet zou uitgekomen zijn op f 227.497.- in plaats van f 176.485.-).

Spijkerhard is de methode dus niet.

De voorgaande bedenking kan ook op meer statistische wijze worden geformuleerd. Door uit de populatie 200 aangewezen guldens te trekken en deze op het kenmerk al dan niet fout te onderzoeken, kan statistisch wel een conclusie worden getrokken over de mate waarin foute guldens in de populatie voorkomen. Echter, op grond van slechts 2 waarnemingen van foute posten kan statistisch nog niets worden gezegd over de procentuele fout in foute posten. Verwerkt men nu de procentuele fout in de berekening van de statistische evaluatie, dan krijgt men een uitkomst die, zoals ik liet zien, min of meer „toevallig” is.

Als ander voordeel van de aangeprezen methode wordt genoemd, dat zij een oplossing geeft om de arbitraire wijze van toerekening van fouten aan de rangnummers bij de „gulden rangnummer-methode” te ontgaan. Nu de aangeprezen methode zelf ook uitkomsten blijkt te geven met een arbitraire waarde, spreekt dat voordeel mij niet meer aan.

Ook wordt de „T.A.C.S.-methode” als voordeel toegerekend, dat de kans op het aantreffen van een fout in de steekproef, wanneer de fouten niet gelijkmatig over de populatie zijn gespreid, wordt verhoogd. In een door Metzger en Zuydervliet gegeven voorbeeld wordt uitgegaan van 100 cellen met een grootte van 10.000 guldens. Indien 30.000 foute guldens zijn verdeeld over de 100 cellen is de kans op het vinden van geen enkele fout $0,97^{100} = 0,04755$. Zouden de 30.000 foute gul-

dens echter over slechts 6 van de 100 cellen verdeeld zijn, dan daalt deze kans tot $0,5^6 = 0,016$.

Hier stel ik tegenover dat bij de „T.A.C.S.-methode” de samenklontering van fouten per definitie wordt vergroot, doordat van een gedeeltelijk foute post alle guldens gedeeltelijk fout worden gerekend. Zo leidde de eerste fout van f 200.— in het eerder gegeven voorbeeld tot een aaneengesloten rij van 8270 gedeeltelijk foute guldens. Een populatie waarin de fouten (in versterkte mate) zijn samengeklonterd, is geen ideale situatie om met statistische steekproeven tot juiste conclusies te komen. Dat blijkt wel uit het voorbeeld van de 100 cellen. Hoewel het aantal foute guldens in de populatie 30.000 blijft, is de kans op het vinden van fouten in de steekproef bij samenklontering van de fouten groter dan bij een goede spreiding van de fouten. De statistische schatting van de maximale fout in de populatie zal dus ook verschillende uitkomsten geven, terwijl — zoals gezegd — die fout 30.000 guldens blijft.

Dat alle posten gelijk aan of groter dan tweemaal de grootte van een cel worden geselecteerd wordt ook als extra voordeel van de „T.A.C.S.-methode” ten opzichte van de „gulden rangnummer-methode” genoemd. Het is echter volgens mij bij toepassing van de „gulden rangnummer-methode” ook wel mogelijk posten boven een bepaald grensbedrag volledig te controleren en ze bij de steekproef buiten beschouwing te laten.

In het artikel van Metzger en Zuydervliet wordt de steekproefomvang van 200 guldens niet berekend. Toen bij een aanvankelijk — berekend — aantal van 100 guldens een fout werd gevonden, moest de steekproef worden uitgebreid. De maximaal acceptabele fout was gesteld op 3%. Volkomen willekeurig werd het percentage — voor een moment — tot 1½% verlaagd, waaruit — uiteraard ook volkomen willekeurig — een nieuwe steekproefomvang van 200 volgde.

Bij de reeds bekende methoden kan de steekproefomvang wel worden berekend. In de bedoelde situatie, n.l. dat 1 fout gevonden is, kan met de in mijn inleiding gegeven tabel de dan vereiste steekproefomvang (n) als volgt worden berekend:

$$\frac{4,74}{n} = 0.03 \rightarrow n = 158.$$

Wordt bij die steekproefomvang een 2e fout gevonden, dan moet de steekproef als volgt opnieuw worden uitgebreid:

$$\frac{6,3}{n} = 0.03 \rightarrow n = 210.$$

Dit gaat zo door tot gestopt kan worden omdat de onder- en bovengrens van de foutenfractie in de populatie elkaar voldoende dicht zijn genaderd (zie de tabel in mijn inleiding).

In de praktijk is de eerste vraag bij het nemen van steekproeven: „hoeveel posten moet ik controleren?”. Het komt mij voor dat bij het beantwoorden van die vraag, de door Metzger en Zuydervliet aangeprezen methode in het nadeel is, ver-

geleken bij de reeds eerder bekende methoden. Mocht dat niet zo zijn, dan hebben zij de methode op dit punt ongelukkig gepresenteerd.

De „T.A.C.S.-methode” vergeleken met de reeds eerder bekende methoden

Ik wil nu laten zien dat met de reeds eerder bekende methoden - dus zonder de aanbevolen stap voorwaarts - net zo goed te werken valt.

Als uitgangspunt nemen we weer het voorbeeld van de populatie van f 10.000.000.- met de door mij gegeven specificatie, te weten:

30 posten $\geq f$ 100.000.-, totaal	f 4.500.000.-
4970 posten $< f$ 100.000.-, totaal	f 5.500.000.-
<u>5000 posten</u>	<u>f 10.000.000.-</u>
=====	=====

Er worden evenals bij Metzer en Zuydervliet 200 guldens gecontroleerd; daarin zijn ook de 30 guldens van de posten $\geq f$ 100.000.-, die wij eveneens volledig controleren, begrepen. Zodoende resteert in feite een steekproef van 170 guldens uit de populatie van posten $< f$ 100.000.-. Daarbij gaan we te werk volgens de „gulden rangnummer-methode”.

Het zal duidelijk zijn dat we bij de „gulden rangnummer-methode” niet (altijd) hetzelfde aantal fouten in de steekproef zullen tellen als bij de „T.A.C.S.-methode”. Stel dat we in de steekproef 1 fout tellen. De schatting van de maximale fout, met behulp van de in mijn inleiding weergegeven tabel, wordt dan:

$\frac{4,74}{170} \times f$ 5.500.000.-	$= f$ 153.353.-
Fout in de volledig gecontroleerde posten	$= f$ 10.000.-
Maximaal te verwachten fout	<u>f 163.353.-</u>
	=====

Deze uitkomst is een andere dan de uitkomst bij toepassing van de „T.A.C.S.-methode”. De „gecorrigeerde uitkomst Metzer/Zuydervliet” was immers f 117.725.-.

Het is echter ook mogelijk een voorbeeld te geven met dezelfde uitkomst als de „gecorrigeerde uitkomst Metzer/Zuydervliet”. We bepalen daartoe de steekproefomvang waarbij, indien geen fout wordt gevonden, geconcludeerd mag worden dat de maximale fout in de populatie van de posten $< f$ 100.000.- f 107.725.- bedraagt (f 117.725.- - f 10.000.- voor de fout in de volledig gecontroleerde posten).

Volgens de tabel uit mijn inleiding kan dat als volgt:

$$\frac{3,00}{n} = \frac{107.725}{5.500.000} \rightarrow n = 153.$$

In plaats van 200 guldens controleren we dus 153 guldens + 30 guldens van de posten $\geq f 100.000.- = 183$ guldens. Vinden we daarbij alleen de fout van $f 10.000.-$ in de volledig gecontroleerde posten $\geq f 100.000.-$, dan geeft de schatting van de maximale fout in de totale populatie dezelfde uitkomst als de „gecorrigeerde uitkomst Metzer/Zuydervliet”. Maar, zoals in het voorgaande uiteengezet, die uitkomst is bij de door Metzer en Zuydervliet aangeprezen „T.A.C.S.-methode” ook maar toevallig. De uitkomsten van deze statistische methoden blijven globale benaderingen!