

MARGINALISME EN COMPUTER

door W. Troost

1 Inleiding

Onder de eersten, die het marginalisme propageerden, moet ongetwijfeld ook Johann Heinrich von Thünen (1783 - 1850) worden gerekend. In 1810 vestigde hij zich voorgoed op zijn landgoed in Mecklenburg en van hieruit werden de twee delen van zijn hoofdwerk, „Der isolierte Staat”, in 1826 en 1850 gepubliceerd.

Als eigenaar en beheerder van landerijen had von Thünen een nauw contact met een economische realiteit. Anderzijds werd het marginale beginsel in bedrijfseconomische theorie en praktijk op mijn minst met enige kritische zin behandeld en soms ook fel bestreden. Het kan daarom een intrigerende gedachte worden genoemd, dat dit beginsel mede ook in de genoemde praktijk van een bedrijf kon ontstaan, en in het licht van de verdeelde meningen kan het zijn nut hebben, op praktische mogelijkheden van het marginalisme bedacht te zijn.

Met woorden van von Thünen kan het marginalisme als volgt worden gekenschetst:

„In der Landwirtschaft besitzen wir durch vermehrte Sorgfalt in der Bestellung des Ackers, der Einerntung der Früchte usw,... durch Zuführung einer dem Acker mangelnden Erdart u.s.f. eine Menge Mittel nicht bloss den momentanen, sondern auch den dauernden Ertrag des Ackers zu steigern.

Fragen wir nun, wo ist die Grenze, bis zu welcher die Sorgfalt der Arbeit und die Bereicherung des Bodens getrieben werden darf, so lautet die Antwort:

- 1 Die Sorgfalt der Arbeit, z.B. beim Auflesen der Kartoffeln, darf nicht weiter gehen, als bis die zuletzt darauf gewandte Arbeit noch durch das Plus des Ertrags vergütet wird.
- 2 Die Bereicherung des Bodens muss konsequenterweise bis zu dem Punkt getrieben werden, aber auch da aufhören, wo die Zinsen der Kosten des Dungankaufs ... mit dem dadurch erlangten Mehrertrag ins Gleichgewicht treten.

Immer wird der auf diese Weise erlangte Mehrertrag durch einen Aufwand von Kapital und Arbeit erkauft, und es muss einen Punkt geben, wo der Wert des Mehrertrags dem Mehraufwand gleich wird - und dies is zugleich der Punkt, bei welchem das Maximum des Reinertrags stattfindet”¹⁾).

Deze theorie wordt hier aangeduid met grensproductiviteitstheorie. In verschillende vormen is deze voornamelijk in de sociale economie blijven voortleven.

1) Johann Heinrich von Thünen, Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie, Neudruck nach der Ausgabe letzter Hand (2. bzw 1. Auflage, 1842 bzw 1850), Jena 1921, pag 410

In tegenstelling tot sociaal-economen wordt veelal door bedrijfseconomen de grensproductiviteitstheorie voor het beleid niet van betekenis en soms zelfs gevaarlijk geacht. De afwijzing van prof. Limperg is waarschijnlijk voor een belangrijk deel ook een gevolg van het belang, dat eveneens in dit kader aan het begrip vervangingswaarde wordt toegekend. Aansluitend op dit begrip wordt onderscheiden tussen gelijktijdelijkheid en volgtijdelijkheid. De vervangingswaarde van een goed schrijdt als het ware met de tijd voort en is in principe de waarde van het steeds actuele moment. De leer van de kwantitatieve verhoudingen heeft bij prof. Limperg in overeenstemming hiermede betrekking op gelijktijdelijke verhoudingen; wordt over veranderingen hierin gesproken, dan zijn dit dus „andere kwantitatieve verhoudingen, die synchroon bestaan”.²⁾

Op basis van deze begripsvorming komt prof. Limperg met het substitutiebeginsel als uitgangspunt tot een conclusie, welke vrijwel tegengesteld is aan die van Von Thünen blijkens bovenstaand citaat. „Want nadat men van een produktiemiddel zoveel heeft toegevoegd dat het resultaat van de laatste toevoeging juist de kosten dekt - en er dus geen winst meer te halen valt uit verdere toevoeging - zal men een ander produktiemiddel kunnen toevoegen, dat door de toevoeging van het eerste produktiemiddel in het minimum is gedrongen en dus nu in een ongunstige proportionaliteit is geraakt en welks toevoeging dus weer winst brengt totdat zijn marginale eenheid is toegevoegd en het spel weer met de andere produktiemiddelen - ook met het eerste - kan beginnen. Het is onmogelijk alle produktiemiddelen tegenover elkaar in een positie te brengen zodat de opbrengst gelijk is aan de kosten van de laatste toevoeging van elk der produktiemiddelen”.³⁾

Evenals het streven naar maximale winst is met betrekking tot het ondernemersgedrag het stellen van de betekenis van de vervangingswaarde een hypothese. „De waarde zelf”, schrijft prof. Limperg, „is niet meer dan een denkvoorstelling van de betekenis van het gewaardeerde object en niets verhindert ons deze voorstelling te baseren op een hypothese; de enige voorwaarde voor het gebruik van deze hypothese en dus voor het bestaan van het begrip van de vervangingswaarde is, dat de hypothese logisch past in de overwegingen van het waarderend subject, in casu de producent”⁴⁾

Daar aan de grensproductiviteitstheorie een streven naar maximale winst ten grondslag ligt, kan in dit kader deze hypothese met betrekking tot het ondernemersgedrag niet gemist worden. Om tot een juiste beoordeling van de grensproductiviteitstheorie te kunnen geraken menen we verder van een probleemstelling te moeten uitgaan, waarin prijzen, hoeveelheden en verbanden als toekomstige elementen worden opgevat. Deze benaderingswijze heeft het voordeel, dat de probleemstelling op eenvoudige wijze kan worden uitgebreid tot een bedrijf, waarvan de basisgegevens overeenkomen met de grondgegevens van een plan, waarvan het bepalen van optimale verhoudingen

2) Bedrijfseconomie, verzameld werk van Prof. Dr. Th. Limperg jr., deel IV, Deventer, 1965, pag. 82.

3) Bedrijfseconomie, t.a.p. pag. 97.

4) Bedrijfseconomie, t.a.p., deel I, Deventer 1964, pag. 210.

het object van onderzoek vormt. Kan men namelijk volgens een doelmatige methode de optimale verhoudingen van een plan vaststellen, dan zal dit eveneens in een lopend bedrijf worden bewerkstelligd, wanneer de grondgegevens van het plan zich in dat bedrijf gedurende enige tijd realiseren en volgens dezelfde methode te werk wordt gegaan. Een rationeel streven naar maximale winst zal intussen ook onder meer dynamische verhoudingen wel steeds gepaard gaan met verwachtingen, welke min of meer op ervaringen in het verleden zijn gebaseerd. M. Allais brengt dit op saillante wijze tot uitdrukking: „La détermination d'une politique de gestion optimum doit être *dans ses principes* totalement indépendante du passé... Cela ne peut signifier cependant que la considération du passé n'ait pas à intervenir, car pratiquement toute prévision de l'avenir ne peut se faire qu'à partir de la considération du passé”.⁵)

2 Het benaderen van een optimaal plan

2.1 Probleemstelling

Voor de afzonderlijke onderneming wordt het nut van de grensproduktiviteitstheorie in de eerste plaats bepaald door de eventuele mogelijkheid, met behulp hiervan op grond van verwachtingen inzake produktiefunctie en prijzen simulerend, door een optimalisering op papier een zodanig beeld van een toekomstige periode te vormen, dat dit dienstbaar kan zijn aan het nemen van beslissingen, waarvoor een streven naar winst een der richtsnoeren is. Het toepassen van de grensproduktiviteitstheorie bij deze optimalisering is het successievelijk wijzigen van de hoeveelheden van de produktiefactoren tot telkens voor een produktiefaktor de marginale kosten gelijk zijn aan de marginale opbrengst. In tegenstelling tot het veelal gestelde probleem, of het nagestreefde doel met deze methode wel of niet wordt bereikt, zal in het vervolg eerder worden getracht, een antwoord te vinden op de vraag, in hoeverre op de omschreven wijze het optimale plan kan worden benaderd.

Aan de hand van een cijfervoorbeeld zal worden gedemonstreerd, op welke wijze van de in het marginalisme opgesloten gedachten voor optimumberekeningen gebruik kan worden gemaakt. Naast deze methode zal ter vergelijking de berekening nog op een andere wijze worden uitgevoerd, hetgeen hier integrale methode wordt genoemd.

De belangrijkste grondgegevens voor dit cijfervoorbeeld worden ontleend aan „Economics” van Samuelson.

5) M. Allais, Programme d'investissement et d'exploitation d'une infrastructure de transport, in Bedrijfs-economische Verkenningen, Den Haag, 1965, pag. 200.

Tabel I

x	z					
600	346	490	600	693	775	846
500	316	448	548	632	705	775
400	283	400	490	564	632	693
300	245	346	423	490	548	600
200	200	282	346	400	448	490
100	141	200	245	283	316	346
y	100	200	300	400	500	600

De met tabel I weergegeven produktiefunctie in numerieke vorm werd aan dit boek ontleend.⁶⁾ De hoeveelheden der produktiefactoren worden met x en y aangeduid en de hoeveelheid produkt met z . Symbolisch kan tabel I dus worden voorgesteld met

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

De prijzen (p en q) der produktiefactoren worden onafhankelijk van de hoeveelheden verondersteld en aangenomen op respectievelijk $p = f\ 600,-$ en $q = f\ 800,-$.

Het model wordt ten slotte gecompleteerd met een verwachting, dat de verkochte hoeveelheid (z) zal toenemen, naarmate het produkt tegen een lagere prijs (r) te koop zal worden aangeboden. Deze relatie wordt gesteld op

$$z = 2000 - r \quad (2)$$

De vraag is nu: Bij welke hoeveelheden (x en y) der produktiefactoren zal op basis van deze gegevens de winst maximaal zijn en op welk bedrag moet daartoe de verkoopprijs per eenheid produkt worden vastgesteld?

2.2 Marginale rekenwijze.

In overeenstemming met wiskundig gebruik worden de grensprodukten aangegeven met

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \quad (4)$$

6) Paul A. Samuelson, *Economics, An Introductory Analysis*, New York, 5de druk 1961, pag. 585. Ook in *Aula boeken nrs. 350/351*, Utrecht 1969, dl 2, pag. 243.

Het grensprodukt is de toename van de hoeveelheid produkt per toegenomen eenheid van één produktiefaktor voor een zeer kleine toename van deze faktor. Daar de produktiefunctie hier in numerieke vorm met veelvouden van honderd eenheden der produktiefactoren is gegeven, zal voor de berekeningen ten opzichte van de uitdrukkingen (3) en (4) met benaderingen moeten worden gewerkt.

De opbrengst (v) is

$$v = z \cdot r \quad (5)$$

Het invullen van vergelijking (2) hierin geeft

$$v = z \cdot (2000 - z) = 2000z - z^2 \quad (6)$$

Voor de marginale opbrengst (n) wordt gevonden

$$\begin{aligned} n &= \frac{dv}{dz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta z} = \\ &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{2000(z + \Delta z) - (z + \Delta z)^2 - 2000z + z^2}{\Delta z} = \\ &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{2000 \cdot \Delta z - 2 \cdot z \cdot \Delta z - \Delta z^2}{\Delta z} = \\ &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} (2000 - 2z - \Delta z) = 2000 - 2z \quad (7) \end{aligned}$$

Met behulp van deze symbolen kan nu tot uitdrukking worden gebracht, wanneer voor één stap aan de grensproduktiviteitstheorie is voldaan, m.a.w. wanneer door wijziging van één produktiefaktor marginale kosten en opbrengst aan elkaar gelijk worden; dan is namelijk voldaan aan

$$\Delta x \cdot p = \Delta x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dv}{dz} \quad \text{of} \quad \Delta y \cdot q = \Delta y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dv}{dz}$$

De eerste leden van deze vergelijkingen is de symbolische uitdrukking voor de marginale kosten door toename van één produktiefaktor met respectievelijk Δx en Δy . In de tweede leden staat de marginale opbrengst, welke bij deze toenames van de produktiefactoren met bepaalde hoeveelheden hiervan als uitgangspunt afhankelijk is van het grensprodukt, dit is dus de mate, waarin de hoeveelheid produkt toeneemt door de genoemde vergrotingen van de produktiefactoren met Δx respectievelijk Δy , en ook van de mate, waarin de opbrengst verandert in afhankelijkheid van een verandering van de hoeveelheid produkt, dus van n .

Deze vergelijkingen kunnen ook als volgt worden geschreven

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{p}{n} \quad \text{en} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{q}{n}$$

Het invullen van vergelijking (7) en de in de voorgaande paragraaf genoemde prijzen der produktiefactoren geeft

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{600}{2000 - 2z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{800}{2000 - 2z} \quad (9)$$

Wanneer we nu voor dit geval ter bepaling van de hoeveelheden van produktiefactoren en produkt, waarbij de winst maximaal is, de grensproduktiviteitstheorie willen toepassen, dan moeten dus met een zekere hoeveelheid van een produktiefaktor als uitgangspunt successievelijk de hoeveelheden van de produktiefactoren zodanig worden gewijzigd tot voor elke stap voldaan is aan vergelijking (8) respectievelijk (9).

De oplossing zal in eerste aanleg uitvoeriger worden behandeld dan volgens deze regel van de grensproduktiviteitstheorie.

Eerst zullen alle hoeveelheden x , voor welke aan vergelijking (8) is voldaan, worden berekend en vervolgens op overeenkomstige wijze ook alle hoeveelheden y met betrekking tot vergelijking (9).

De berekening zal bij wijze van voorbeeld slechts voor één bepaalde hoeveelheid van een constant te houden produktiefaktor uitvoerig worden omschreven en we kiezen hiervoor de hoeveelheid $y = 600$. Aan de hand van het verloop van de produktcurve, zoals gegeven met de laatste kolom van tabel I, moet dus de hoeveelheid x gevonden worden, waarbij voldaan is aan vergelijking (8). Daar slechts voor de hoeveelheden $x = 100, 200$, enz. de hierbij behorende hoeveelheden produkt $z = 346, 490$, enz. gegeven zijn, kan voor elke hoeveelheid x het differentiaalquotiënt in het eerste lid van vergelijking (8) niet worden bepaald en we passen daarom een benadering toe door dit quotiënt voor bijvoorbeeld $x = 150$ te berekenen op:

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{490 - 346}{200 - 100} = 1,44$$

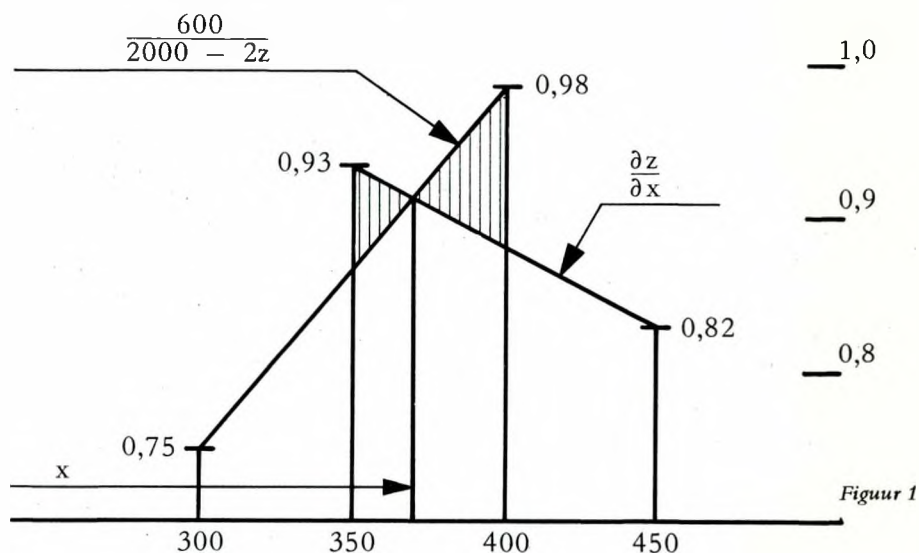
En zo vervolgens voor $x = 250, 350$, enz.

Tabel II ($y = 600$)

x	z	$\frac{\Delta z}{\Delta x}$	$\frac{600}{2000 - 2z}$
100	346		0,46
150		1,44	
200	490		0,59
250		1,10	
300	600		0,75
350		0,93	
400	693		0,98
450		0,82	
500	775		1,33
550		0,71	
600	846		1,95

In tabel II werd in de eerste twee kolommen de produktcurve voor $y = 600$ van de produktiefunctie volgens tabel I nog eens weergegeven. In de derde kolom van tabel II werden de resultaten opgenomen van de benaderende berekeningen voor het differentiaalquotiënt in het linkerlid van vergelijking (8), welke zojuist voor $x = 150$ als een nadere specificatie van deze benaderingen werd omschreven. In de vierde kolom van tabel II zijn de resultaten van de berekeningen van het rechterlid van vergelijking (8) voor $y = 600$ opgenomen. Bij wijze van voorbeeld vinden we voor $x = 100$:

$$\frac{600}{2000 - 2z} = \frac{600}{2000 - 2 \times 346} = 0,46$$



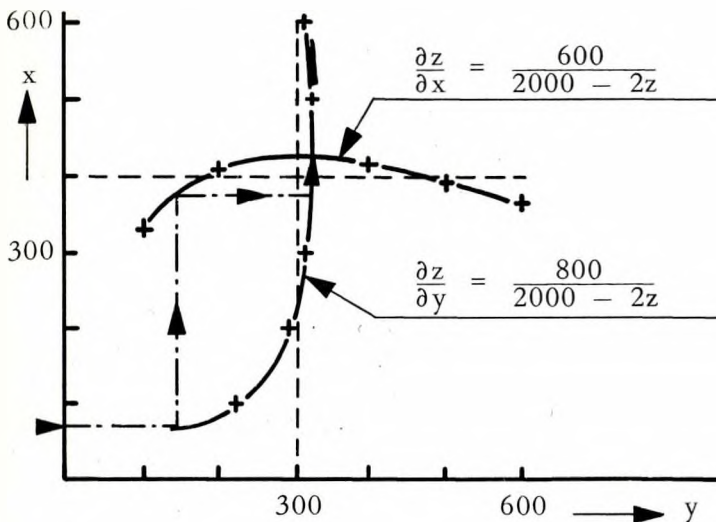
Uit de laatste twee kolommen van tabel II blijkt, dat bij een toenemende hoeveelheid x het eerste lid van vergelijking (8) afneemt en het tweede lid toeneemt. We benaderen nu door lineaire interpolatie de hoeveelheid van de variabele produktiefactor, waarbij aan vergelijking (8) is voldaan. Hiertoe zijn in figuur 1 enkele getallen van de laatste twee kolommen van tabel II in afhankelijkheid van de hoeveelheid van deze produktiefactor in beeld gebracht. De hoeveelheid x , welke behoort bij het snijpunt van de benaderenderwijs getekende rechte lijnen in deze figuur, is blijkbaar (op grond van gelijkvormigheid der gearceerde driehoeken):

$$x = 350 + \frac{93 - (75 + 98)/2}{93 - (75 + 98)/2 + 98 - (93 + 82)/2} \cdot (400 - 350) = 369$$

Op overeenkomstige wijze kan voor alle hoeveelheden y respectievelijk x berekend worden, voor welke hoeveelheden x respectievelijk y voldaan is aan vergelijking (8) respectievelijk (9). De resultaten van deze berekeningen zijn opgenomen in tabel III en in figuur 2 zijn de aldus gevonden verbanden grafisch tot uitdrukking gebracht.

Tabel III

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{600}{2000 - 2z}$		$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{800}{2000 - 2z}$	
y	x	x	y
100	317	100	212
200	410	200	287
300	422	300	316
400	411	400	313
500	387	500	311
600	369	600	303



Figuur 2

Uit figuur 2 kan nu worden afgelezen, hoe het verloop zal zijn bij toepassing van de grensproductiviteitstheorie; voor één bepaald uitgangspunt werd dit met een streep-stippellijn in deze figuur gedemonstreerd.

De winst is maximaal in het snijpunt van de twee berekende curves, dus nagenoeg, zoals uit figuur 2 blijkt, bij $x = 400$ en $y = 300$. Uit tabel I blijkt de hoeveelheid produkt bij deze hoeveelheden der produktiefactoren $z = 490$, zodat volgens vraagcurve (2) met een prijs van $r = 2000 - 490 = 1510$.- per eenheid produkt nagenoeg een maximale winst wordt verwkstelligd, althans voor zover de in paragraaf 2.1 als uitgangspunt genomen verwachtingen inzake prijzen en verbanden in een volgende periode niet onjuist mochten blijken te zijn.

Uit figuur 2 kan worden afgelezen, dat de curves in de omgeving van het winstoptimum nagenoeg evenwijdig aan de y - respectievelijk x -as verlopen. Nauwkeuriger dan bovenstaand kunnen daarom in dit geval de hoeveelheden van het optimum worden benaderd door de snijpunten van de curves met de rechte lijnen evenwijdig de x - respectievelijk y -as op afstanden van $y = 300$ respectievelijk $x = 400$, dus door de hoeveelheden $x = 422$ en $y = 313$ uit tabel III.

2.3 Integrale rekenwijze

De hoeveelheden, waarbij de winst maximaal is, kunnen bij de in numerieke vorm gegeven produktiefunctie uiteraard ook gevonden worden door voor elk van de bij elkaar behorende hoeveelheden van produktiefactoren en produkt de winst te berekenen om vervolgens van al deze berekende bedragen het grootste te kiezen.

De prijs van het produkt werd gesteld op $r = 2000 - z$, zodat de opbrengst is in afhankelijkheid van de hoeveelheid produkt:

$$v = r \times z = (2000 - z) \cdot z$$

Voor de kosten in afhankelijkheid van de hoeveelheden der produktiefactoren bij vaste prijzen $p = f\ 600,-$ en $q = f\ 800,-$ kan worden geschreven:

$$k = p \cdot x + q \cdot y = 600x + 800y$$

De winst is dus in afhankelijkheid van elk stel bij elkaar behorende hoeveelheden van produktiefactoren en produkt, welke met tabel I gegeven zijn:

$$W = v - k = (2000 - z) \cdot z - 600x - 800y$$

In tabel I kan bijvoorbeeld bij de hoeveelheden der produktiefactoren $x = 100$ en $y = 100$ de hoeveelheid produkt $z = 141$ worden afgelezen. De winst is dus bij deze hoeveelheden:

$$W = (2000 - 141) \cdot 141 - 600 \times 100 - 800 \times 100 = f\ 122.119,-$$

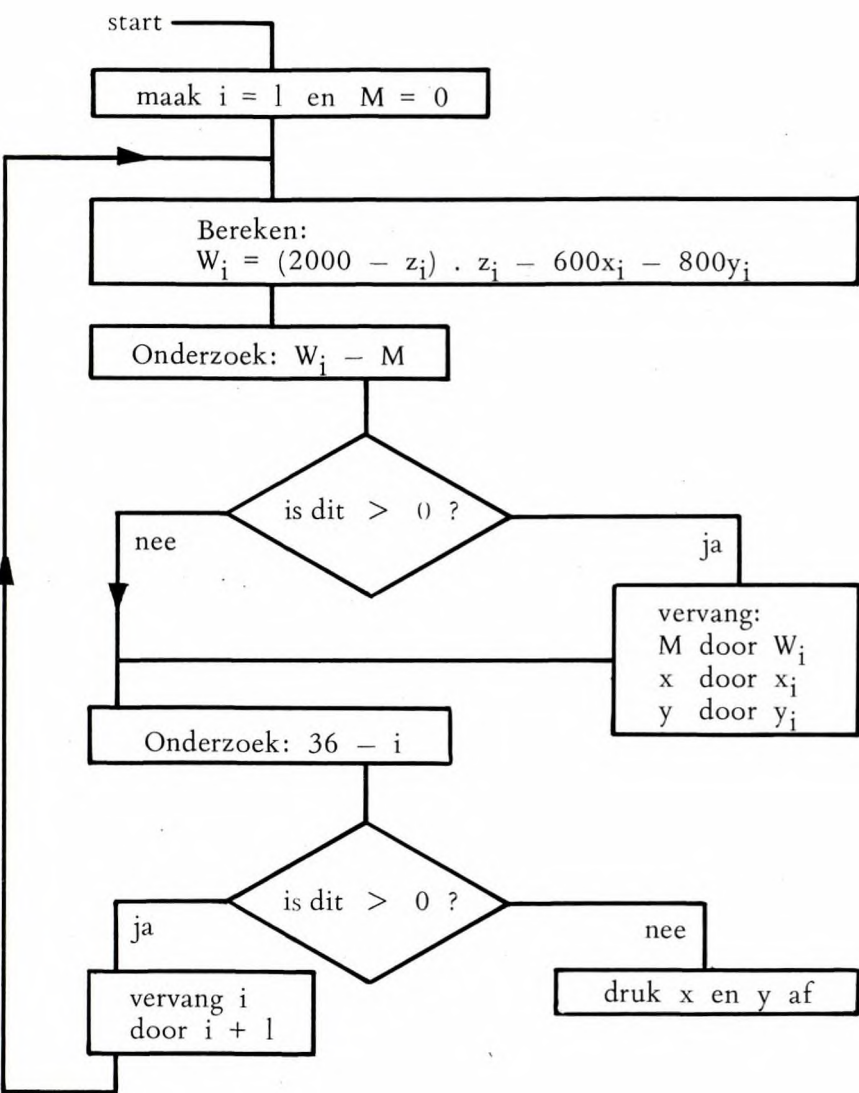
Tabel IV

x	W (x f 1.000,-)					
600	132	220	(240)	226	189	136
500	152	235	(256)	245	213	169
400	166	<u>240</u>	<u>(260)</u>	<u>250</u>	<u>225</u>	<u>186</u>
300	<u>170</u>	232	(247)	240	216	180
200	160	204	(212)	200	175	140
100	122	(140)	130	106	72	32
y	100	200	300	400	500	600

In tabel IV zijn de resultaten van de op deze wijze berekende winst voor alle getallencombinaties, waarmee de produktiefunctie gegeven is, opgenomen. Uit de tabel kan worden afgelezen, dat de winst maximaal is bij de hoeveelheden van de produktiefactoren $x = 400$ en $y = 300$, hetgeen uiteraard in overeenstemming is met de berekeningen van de voorgaande paragraaf.

Er kan met betrekking tot tabel IV ook over een maximale winst per rij en per kolom worden gesproken. Deze maxima werden in tabel IV gemarkeerd, waardoor in deze tabel dus ook de curven van figuur 2 herkenbaar worden. Voor deze maxima van rij of kolom geldt namelijk uiteraard dat marginale kosten en marginale opbrengst (door variatie van één produktiefaktor) aan elkaar gelijk zijn.

Bij de integrale methode, zoals omschreven in deze paragraaf, zal meestal ook met behulp van een geprogrammeerd proces het optimum op eenvoudige wijze kunnen worden vastgesteld. Dit kan bijvoorbeeld plaats vinden door elk der winstbedragen na het berekenen met het bij een voorgaande berekening geselecteerde bedrag te doen vergelijken en vervolgens weer het grootste van deze beide te doen vastleggen ter vergelijking met het resultaat van een volgende berekening. In de veronderstelling, dat de 36 bij elkaar behorende hoeveelheden x , y en z van tabel 1 op systematische wijze in het geheugen van een computer worden opgeborgen, werd in figuur 3 op grond van deze overwegingen een stroomschema getekend.



Figuur 3

2.4 Vergelijking van integrale en marginale methode.

Bij de marginale rekenwijze van paragraaf 2.2 werden verschillende interpolaties toegepast en hierdoor konden de hoeveelheden der produktiefactoren met maximale winst $x = 422$ en $y = 313$ nauwkeuriger worden bepaald dan bij de integrale methode van paragraaf 2.3, waar de hoeveelheden der produktiefactoren met maximale winst op basis van de numeriek in veelvouden van honderd gegeven produktiefunctie ook slechts op honderdtallen eenheden van de produktiefactoren $x = 400$ en $y = 300$ konden worden berekend. Ook deze integrale methode kan uiteraard worden aangevuld met verschillende interpolatiemethoden; ter wille van de eenvoud kan evenwel beter de in paragraaf 2.2 omschreven marginale methode ter vergelijking met de integrale methode tot een proces worden teruggebracht, waarbij zo min mogelijk van interpolaties gebruik wordt gemaakt en ook slecht met honderdtallen eenheden van de produktiefactoren meer in overeenstemming met de gegeven produktiefunctie wordt gerekend.

Een grovere benadering van de differentiaalquotiënten van vergelijkingen (8) en (9) dan in paragraaf 2.2 werd gebruikt kan hier worden toegepast door met betrekking tot een willekeurig punt van de produktiefunctie $x = s$, $y = t$ en $z = u = f(s, t)$ deze differentiaalquotiënten respectievelijk te vervangen door:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{s,t} = \frac{f(s + 100, t) - f(s, t)}{100}$$

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{s,t} = \frac{f(s, t + 100) - f(s, t)}{100}$$

Met behulp van deze benaderingen kan voor vergelijkingen (8) en (9) worden geschreven:

$$f(s + 100, t) - f(s, t) - \frac{100 \times 600}{2000 - 2u} = 0 \quad (10)$$

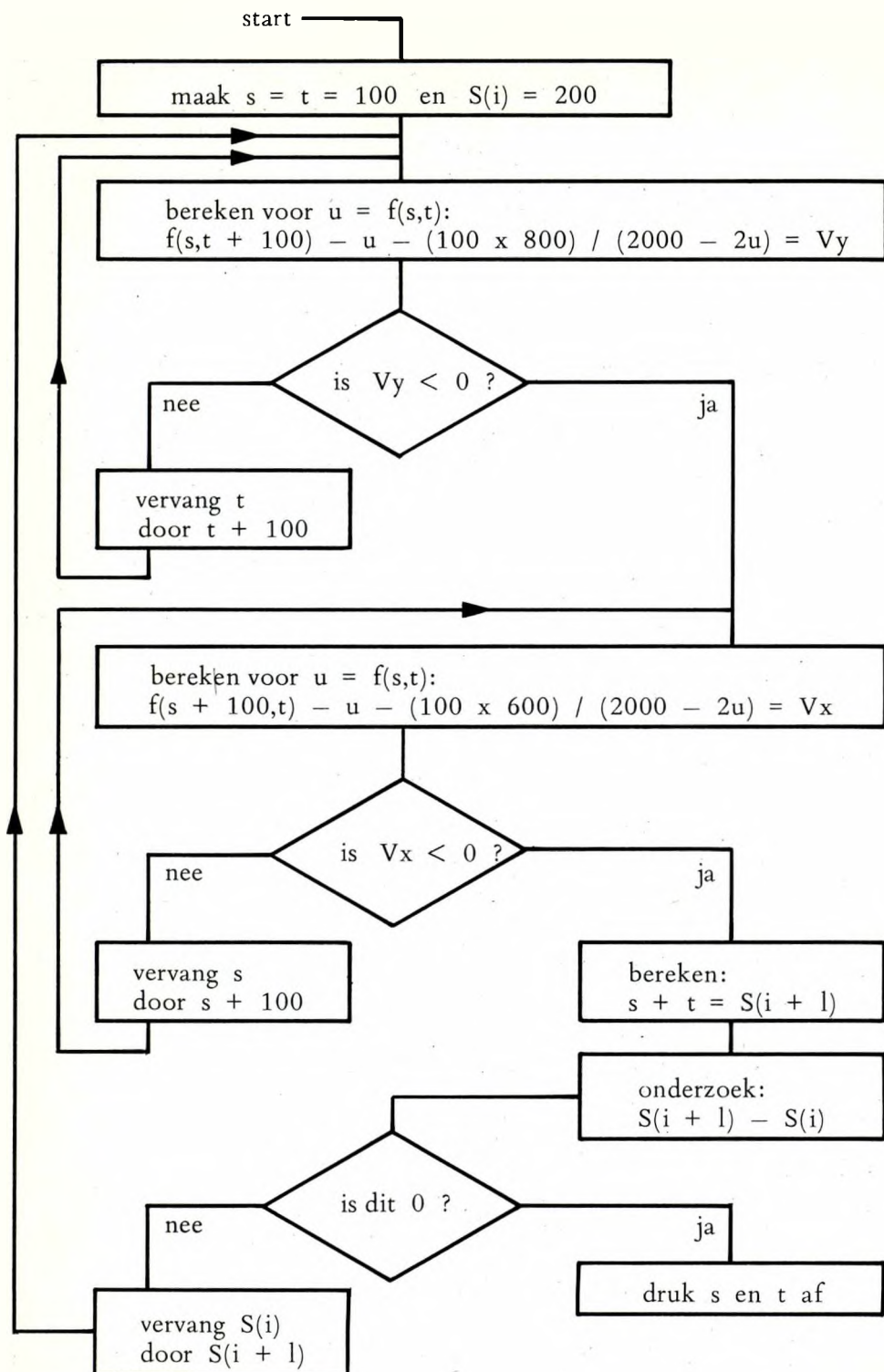
$$f(s, t + 100) - f(s, t) - \frac{100 \times 800}{2000 - 2u} = 0 \quad (11)$$

Bij een afnemende meeropbrengst, met andere woorden wanneer de produktcurven in de betreffende punten gebogen verlopen met de holle zijde naar x - of y -as, zijn deze benaderingen van de differentiaalquotiënten kleiner dan de differentiaalquotiënten zelf.

$$\frac{f(s + 100, t) - f(s, t)}{100} < \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{s,t}$$

$$\frac{f(s, t + 100) - f(s, t)}{100} < \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{s,t}$$

Voor een punt van de produktiefunctie, waarbij aan vergelijkingen (8) en (9) is voldaan, worden de linkerleden van vergelijkingen (10) respectievelijk (11) onder genoemde omstandigheden dus negatief. Stellen we nu bij benadering, dat de hoeveelheden der produktiefactoren met maximale winst zullen op-



Figuur 4

treden bij de honderdtallen hiervan, waarbij deze linkerleden van vergelijkingen (10) en (11) negatief worden, dan kan met behulp hiervan in een geprogrammeerd proces ook nagenoeg het optimum worden gevonden. In figuur 4 werd dit in de vorm van een stroomschema getekend.

Tabel V

x	Vx en Vy volgens progr. fig. 4		
400	Vx = - 1		
	Vy = + 23		Vy = - 4
	Vx = - 2		
	Vx = + 8		
	Vx = + 22		
300	Vx = + 45		
200	Vy = + 12 Vy = - 5		
100	start		
y	100	200	300

In tabel V werd het verloop van dit proces voor het onderhavige rekenvoorbeeld gedemonstreerd.

Een voordeel van deze marginale rekenwijze blijkt duidelijk uit deze laatste tabel, namelijk dat niet alle getallen van de produktiefunctie voor de berekening worden gebruikt. Dit voordeel zal uiteraard groter kunnen worden naarmate een in numerieke vorm gegeven produktiefunctie in meerdere getallencombinaties tot uitdrukking is gebracht en zal ook groter kunnen worden naarmatmy meer produktiefactoren en produkten in de beschouwing worden betrokken.

Anderzijds vormt bij methoden volgens het marginale beginsel de convergentie van het rekenproces, m.a.w. de vraag, of de hoeveelheden van het optimum successievelijk beter worden benaderd, een bijzonder probleem. Met name bij een geprogrammeerd proces, dat niet convergent is, bestaat er een kans, dat een uitkomst wordt opgeleverd en geaccepteerd, welke juist ver van het gestelde doel is verwijderd, waardoor mogelijk averechtse beslissingen worden bewerkstelligd.

Samenvattend kan dus worden geconcludeerd, dat de marginale methode voordelen kan opleveren naarmate meerdere produktiefactoren en/of produkten of, ruimer geformuleerd, meer variabelen in het model worden opgenomen, alsmede de verbanden in meerdere getalcombinaties tot uitdrukking worden gebracht, terwijl anderzijds het risico door een onjuiste uitkomst bij deze methode groter is dan bij de integrale methode, waarbij alle mogelijke combinaties van alle relevante variabelen worden onderzocht.