

HET ZOEKPROCES ALS AKTUALITEITSWAARBORG VOOR EEN EENMAAL OPGESTELD MODEL

door Drs. G. J. van Helden en Drs. P. S. Zwart

1 Inleiding

Wanneer we het begrip zoekprocedure in zijn meest ruime zin definiëren, dan zouden we elke *iteratieve besluitvormingsprocedure* een zoekproces kunnen noemen. Wat verstaan we hierbij onder „besluitvormingsprocedure” en wat onder „iteratief”?

Om met het eerste te beginnen, een *besluitvormingsprocedure* of *beslissingsproces* omvat de volgende elementen.¹⁾

- a. Een specificatie van het „probleem”, waarbij de nadruk wordt gelegd op de relatie tussen enerzijds de beeldconstructie van de beslissings situatie en anderzijds de doelstelling(en) van de beslisser.
- b. Een methode of verzameling van methoden, die kan worden gehanteerd voor de oplossing van het (een) model.
- c. Een systeem dat gestalte geeft aan de samenhang tussen de probleem-specificatie (a) en de oplossingsmethoden (b).

We spraken over een zoekproces als een besluitvormingsprocedure met een iteratief karakter. Een beslissingsproces noemen we iteratief (of sequentieel), wanneer het stapsgewijs verloopt; dit wil zeggen dat de aard en richting van elke volgende stap wordt bepaald door de uitkomsten van de voorafgaande stap(pen).

De definitie als zou elk iteratief beslissingsproces moeten worden aange-merkt als een zoekproces, is te ruim in het licht van de specifieke omstandigheden, waarin zoekprocedures veelal worden gebruikt voor de oplossing van - bijv. economische - problemen.²⁾ Met deze specifieke omstandigheden wordt bedoeld op het bestaan van *onwetendheid* („ignorance”) bij de beslisser inzake de relatie tussen de voor hem relevante variabelen.³⁾ De term „onwetendheid” betekent dat de beslisser geen enkel idee heeft over de mogelijke uitkomsten van zijn beslissingsalternatieven. Hiermee wordt bedoeld dat hij niet op de hoogte is van de uitkomsten (in de zin van waarden van de responsvariabele) die behoren bij elk niveau van de voor hem beheersbare variabele (de beslissingsvariabele). Met andere woorden hij verkeert in onwetendheid omtrent de kwantitatieve inhoud van de relatie tussen de beslissings- en responsvariabele (ofschoon hij wel weet *welke* variabelen tot deze relatie behoren). De beslisser zal door het „uitproberen” van verschil-

¹⁾ Voor een uitgebreide bespreking van de besluitvormingsproblematiek o.a. in verband met de begrippen „handelen” en „gedrag” van individuen, groepen en organisaties verwijzen we naar: A. Bosman, Het handelen in de Economie, deel I, II, III, IV en V, *Maandblad voor bedrijfsadministratie en organisatie*, 1972-1973 nrs. 905, 908, 909, 910 en 917.

²⁾ Gegeven de ruime definitie van het begrip „zoekprocedure” zouden bijv. ook bepaalde technieken uit het operationele onderzoek, zoals de lineaire programmering als zodanig moeten worden geclassificeerd.

³⁾ „Onwetendheid” kan worden opgevat als de „meest extreme” vorm van onzekerheid. Men kan het begrip „onzekerheid” nl. onderverdelen volgens een schaal van vier - overigens niet-disjuncte - gradaties: objectief risico, subjectief risico, volstreekte onzekerheid en onwetendheid. Vergelijk J. L. Bouma, *Leerboek der bedrijfseconomie, deel Ia* Wassenaar 1968, blz. 53 en 63.

lende niveaus van de beslissingsvariabele(n) mede op grond van de daarbij gemeten waarden van de respons- (zo mogelijk tevens doel)- variabele trachten *het maximum van deze responsvariabele te benaderen*. Het is niet altijd mogelijk om met behulp van een zoekproces de pretentie van een benadering voor het responsmaximum waar te maken. Men zal echter op zijn minst aan de hand van een zoekprocedure een indicatie moeten verkrijgen over *de richting, waarin de beslissingsvariabele(n) zich moet(en) bewegen*, teneinde hogere (en daarom meer gewenste) waarden van de responsvariabele te bereiken.

Een zoekprocedure heeft - naar analogie van de definitie van het begrip „besluitvormingsprocedure” - *een tweeledig doel*.⁴⁾ In de eerste plaats draagt zij bij tot - wat wordt genoemd - de beeldconstructie van de beslissings-situatie; immers daarover is vóór het begin van het zoekproces weinig, of zelfs niets bekend (d.i. het hiervoor onder *a.* genoemde element van een beslissingsproces). In de tweede plaats fungeert een zoekprocedure als methode voor het oplossen van een model (d.i. het hiervoor onder *b.* genoemde element van een beslissingsproces).

Een zoekproces wordt niet uitputtend beschreven door te spreken van een iteratief beslissingsproces dat wordt gehanteerd in een situatie van onwetendheid. Het merendeel van de zoekprocedures gaat bovendien uit van een vrij specifieke *probleemstelling*. Deze luidt: vind of benader het maximum van een onbekende functie $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, waarbij y de variabele is die moet worden gemaximaliseerd en x_1 t/m x_n beheersbare variabelen voorstellen, die geheel of gedeeltelijk het niveau van y bepalen.⁵⁾ De beeldconstructie bestaat in dit geval uit de keuze van de (relevante) beheersbare variabelen (relevant met betrekking tot hun invloed op y) en eventueel de veronderstelling van een bepaalde *vorm* van de responsfunctie (bijv. één-toppig), zonder overigens het exacte verloop te kennen.⁶⁾ Wanneer de beslisser zijn zoekproces heeft gestart, zal de beeldconstructie van zijn beslissingssituatie geleidelijk vollediger en duidelijker worden. Tegelijkertijd bewerkstelligt de beslisser evenwel dat hij voor het beeld van zijn probleem een oplossing vindt, die in overeenstemming is (i.c. moet zijn) met zijn doelstelling. We kunnen dus stellen dat beeldconstructie en oplossingsmethode bij de toepassing van een zoekprocedure hand in hand gaan. Hiermee wil overigens niet gezegd zijn dat zoekprocedures de enige mogelijkheid zijn voor het creëren van een beeldconstructie en/of het geven van een modeloplossing.

Samenvattend kunnen we stellen dat in deze paragraaf het begrip „zoek-

⁴⁾ Dit tweeledige doel berust op het onderscheid tussen enerzijds de afbeeldingsprocedure en anderzijds de methode voor het oplossen van een model. Zie A. Bosman, G. J. van Helden en J. C. Reuyl, Theorie van de onderneming (I), Methodologische beschouwingen, *E.S.B.* 1973, blz. 24-28. Vergelijk ook A. Bosman, Simulatie als methode van onderzoek, *NIMA-Seminar* 1973, Syllabus 5, paragraaf 4.

⁵⁾ Dat we hier spreken over een *maximum* en niet over - hetgeen algemener is - een *optimum*, heeft uitsluitend didactische redenen. Vanzelfsprekend gaan alle procedures, die geacht worden naar een maximum te zoeken eveneens op voor negatief gewaardeerde doelvariabelen, waarbij gestreefd wordt naar een minimum.

⁶⁾ Uit deze zinsnede blijkt overigens dat er geen sprake is van volstrekte onwetendheid; veeleer zou men moeten spreken van *partiële onwetendheid*.

procedure" vanuit een vrij ruime definitie (een zoekproces is een iteratieve besluitvormingsprocedure) in twee opzichten is ingeperkt.

- 1 De beslisser verkeert in onwetendheid omtrent de aard van zijn responsfunctie.
- 2 De probleemstelling is het zoeken naar het maximum van de (onbekende) responsfunctie.

De uiteindelijk verkregen definitie luidt dan: een *zoekproces* is een iteratieve besluitvormingsprocedure, waarmee het maximum van een responsfunctie wordt bereikt (of benaderd) door een beslisser die in onwetendheid verkeert inzake de aard van deze functie. Een zoekprocedure, zoals hier gedefinieerd is op velerlei wijze uit te werken. Voor een uitgebreide bespreking van deze technieken verwijzen we naar het overzichtswerk van Wilde.⁷⁾

In dit artikel zullen we een *andere probleemstelling* tot uitgangspunt kiezen dan die welke in het voorgaande - waar het begrip „zoekprocedure" in zijn gebruikelijke betekenis is gedefinieerd - geïntroduceerd is. De probleemstelling is nu *niet*: „zoek naar het maximum van een onbekende responsfunctie", maar: „zoek naar een zo aktueel mogelijke specificatie van de beeldconstructie van een beslissingssituatie". Wat wordt hiermee bedoeld? We gaan ervan uit dat de beslisser over een meer uitgebreide beeldconstructie beschikt dan in bovenstaande werd aangenomen. We veronderstellen dat de beslisser op basis van onderzoek de parameters heeft geschat van een functie, welke (mede) een representatief beeld vormt van zijn beslissingssituatie. Hij weet evenwel niet of deze parameterwaarden in de loop van de tijd aktueel blijven. Om dit laatste te kunnen vaststellen wordt in paragraaf 2 van dit artikel aan de hand van een casuspositie een eenvoudig zoekmodel ontwikkeld. In paragraaf 3 wordt dit zoekmodel nader geamendeerd met het doel de toepassingsmogelijkheid ervan te vergroten. Het zoekproces is dus niet gericht op het vinden van een optimale waarde voor de beslissingsvariabele(n), maar op het creëren van een aktualiteitswaarborg voor een eenmaal opgesteld model (i.c. de representatief geachte functie).

2 Een eenvoudig zoekmodel

Stel een onderneming laat een omvangrijk marktonderzoek verrichten met het doel de parameters van de vraagfunctie naar haar produkt (de prijsafzetfunctie) vast te stellen. Er worden bepaalde statistische technieken gebruikt om de onderzoekresultaten te verwerken en de volgende prijsafzetfunctie wordt op grond van deze resultaten geformuleerd.

$$Q = aP + b \quad (2-1)$$

waarin Q de gevraagde hoeveelheid van het onderhavige produkt per tijdseenheid (zeg een maand), P de prijs en a en b konstanten zijn.

De onderneming beschouwt de prijs als haar *beslissingsvariabele*. De afzet

⁷⁾ D. J. Wilde, *Optimum Seeking Methods*, Englewood Cliffs (N.J.) 1964.

is de *responsvariabele*, welke - gekombineerd met informatie over de kosten van het betrokken produkt - kan worden vertaald in de winst, die als *doelvariabele* fungeert.⁸⁾

Aan de schattingen van een prijsafzetfunctie - zoals die van vergelijking (2-1) - kan op verschillende wijze inhoud worden gegeven.

In de eerste plaats is het mogelijk een reeks van prijzen van een bepaald produkt te relateren aan de daarbij gemeten hoeveelheden (door middel van bijv. de techniek van lineaire regressie). In Nederland is een variant van deze benadering met succes toegepast op cijfermateriaal van het Attwood-consumentenpanel. Hierbij werden niet prijzen en hoeveelheden van een individueel produkt met elkaar gecorreleerd, maar werden marktvraagcurves gekonstrueerd voor een categorie van produkten, die - hoewel met onderlinge verschillen - dienen ter bevrediging van een gelijksoortige behoefte⁹⁾. Een andere methode is die waarbij door middel van een experimentele of spelsituatie wordt getracht de vraaggevoeligheid van prijsveranderingen te meten¹⁰⁾. Als derde benadering voor de schatting van een prijsafzetcurve kan men denken aan de techniek van het vraaggesprek; hierbij probeert men kennis te verkrijgen over konsumentenvoorkeuren door respondenten te vragen naar de intensiteit van hun aankoopneiging voor een bepaald produkt bij een reeks van prijzen¹¹⁾.

Alhoewel men mag aannemen dat de schatting van de vraagfunctie is gebaseerd op een gedegen onderzoek, is het een illusie te veronderstellen dat de parameters van deze functie ten eeuwigen dage hun aktualiteit zullen behouden. Nu is het mogelijk dat een onderzoek als hier bedoeld regelmatig wordt herhaald, teneinde te garanderen dat men (prijs)beslissingen neemt die berusten op „up to date” gegevens. Echter, het is zeer waarschijnlijk dat de kosten van dergelijke onderzoekactiviteiten een regelmatige uitvoering ervan niet toelaten¹²⁾. De vraag rijst dan of het niet mogelijk is in plaats van een hernieuwd marktonderzoek het eenmaal opgestelde model - vergelijking (2-1) - te blijven hanteren, onder eventuele aanpassingen aan de zich wijzigende aktualiteit. Het antwoord op deze vraag zou kunnen luiden:

Ga ervan uit dat de helling van de vraagfunctie geen aanzienlijke wijzigingen ondervindt, zodat veranderingen in de aktualiteit worden geacht uitsluitend de *ligging* van de vraagfunctie te beïnvloeden, *niet haar helling*; de volgende gedragslijn moet dan worden gevolgd.

a. Vergelijk de aktuele (gerealiseerde) combinatie van prijs en hoeveelheid

⁸⁾ Deze typen variabelen werden gebruikt bij de definiëring van het begrip „zoekprocedure”; zie paragraaf 1.

⁹⁾ C. C. J. de Koning, Prijsgedragsmodellen, in B.G. Klein Wassink en H. J. Kuhlmeijer (red.), *Handboek voor commerciële beleidsvraagstukken*, Deventer 1969, blz. 5055-5082.

¹⁰⁾ E. A. Pessemier, An Experimental Method for Estimating Demand, *Journal of Business*, 1961, blz. 373-382.

¹¹⁾ A. Gabor en C. Grangor, Price as an Indicator of Quality, *Economica*, 1966, blz. 43-70. Hierbij dient te worden opgemerkt dat in dit artikel geen „normale” vraagcurve-schatting plaatsvindt; respondenten wordt uitsluitend naar het voor hen toelaatbare prijsinterval gevraagd.

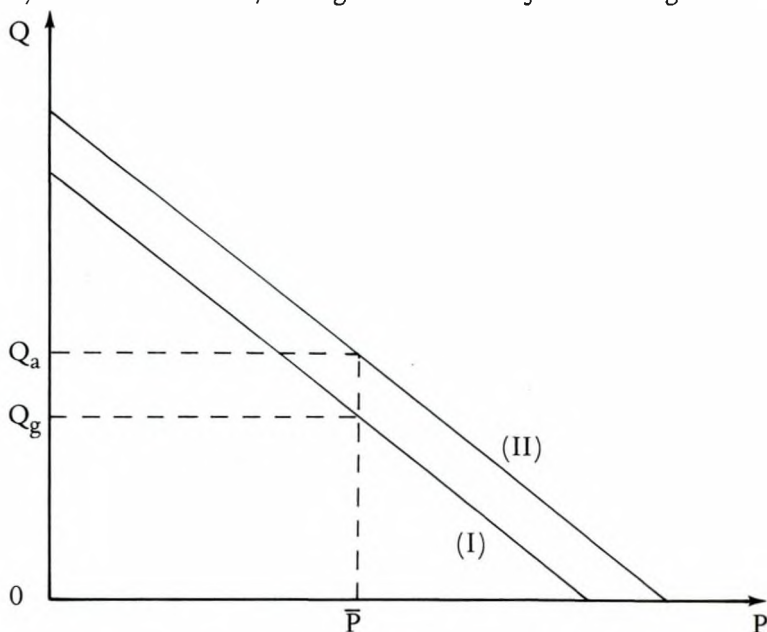
¹²⁾ Algemener gesteld is dit het probleem van afwegen van de kosten om gegevens te verkrijgen en te verwerken tegenover de waarde van de informatie. De Bayesiaanse analyse is een methode die voor dit probleem een oplossing kan geven; zie P. E. Green en D. S. Tull, *Research for Marketing Decisions*, Englewood Cliffs (N.J.), 1970, hfst. 2.

met de aktuele prijs en de daarbij op basis van vergelijking (2-1) geschatte hoeveelheid, die wordt verkregen door de aktuele prijs in vergelijking (2-1) te substitueren.

b. Indien de aktuele hoeveelheid afwijkt van de geschatte hoeveelheid, dan wordt de vraagfunctie uit vergelijking (2-1) zodanig verschoven dat deze de aktuele prijs-hoeveelheden combinatie mede omvat¹³). Dit betekent dat uitsluitend de parameter b uit vergelijking (2-1) een andere numerieke waarde krijgt, terwijl a konstant blijft.

De toepasbaarheid van het zojuist beschreven zoekproces hangt vooral af van het realiteitsgehalte van de genoemde veronderstelling. Het lijkt aannemelijk dat de invloed van variabelen die niet zijn opgenomen in de vraagfunctie eerder de ligging van de vraagfunctie beïnvloeden dan haar helling¹⁴). Enkele van de belangrijkste van deze variabelen zijn: het inkomen van konsumenten en de marketing-aktiviteiten van de konkurrentie.

In figuur 2-1 wordt het hierboven beschreven zoekproces naar de aktuele positie van de vraagfunctie in beeld gebracht. Stel in periode t werd $\bar{P}$ als prijs gekozen, omdat bij deze prijs - mede op grond van het geschatte funktionele verband tussen P en Q in vergelijking (2-1) - een bepaalde doelstelling (de winst) maximaal was¹⁵). In figuur 2-1 is de lijn I de vraagfunctie



Figuur 2-1

¹³) Vergelijkbare „zoek- en aanpassingsprocessen” treft men aan bij: S. Thore, Price Strategies of an „Ignorant” Monopolist, in: H. D. A. Wold (ed.), *Econometric Model Building*, Amsterdam 1964, blz. 283-296; R. W. Clower, Some Theory of Ignorant Monopolist, *The Economic Journal*, 1959, blz. 705-716.

¹⁴) Het gaat hier om variabelen die voor de beslisser niet-beheersbaar zijn, alsmede de niet in het model opgenomen beheersbare variabelen.

¹⁵) Dit betekent dus dat de beslisser een prijs kiest, waarbij de verwachte winst maximaal is, gegeven kennis omtrent de kostenfunctie en een zo goed mogelijke perceptie van de vraagfunctie. Het is ook heel goed mogelijk uit te gaan van een andere beslissingsregel (zoals de kostprijs-plus-winstopslag regel) of van een andere doelstelling.

volgens vergelijking (2-1) en $\bar{P}$ -Qg is de combinatie van de aktuele prijs en de bijbehorende geschatte hoeveelheid. Evenwel, nadat de prijs $\bar{P}$ gedurende periode t is gehanteerd, wordt een hoeveelheid Q_a (de aktuele of gerealiseerde hoeveelheid) verwezenlijkt, welke afwijkt van de geschatte hoeveelheid, Qg. De beslisser weet nu dat de schatting van de vraagfunctie (lijn I) niet adequaat is geweest en hij herzielt zijn schatting door lijn I - zonder daarvan de helling te wijzigen - zodanig te verschuiven dat er een nieuwe lijn (II) ontstaat, die de in periode t gerealiseerde prijs-hoeveelheidscombinatie $\bar{P}$ - Q_a mede bevat. Op deze hernieuwde schatting van de vraagfunctie baseert de beslisser de keuze van zijn prijs voor periode $t + 1$, waarna zich het hierboven beschreven zoekproces naar een benadering voor de „juiste” vraagfunctie herhaalt. Op het al of niet stabiel zijn van dit beslissingsproces komen we in paragraaf 3 terug.

We nemen aan dat de geschatte hoeveelheid - Qg voor periode t - tevens de geproduceerde hoeveelheid is. Afwijkingen tussen de geschatte (geproduceerde) hoeveelheid en de gerealiseerde (ex post gevraagde) hoeveelheid worden opgevangen met behulp van de voorraad. Dit laatste impliceert dat de beslisser steeds tevreden is met de feitelijke voorraad, aangezien de omvang van de voorraad niet mede van invloed is op de planning van het produktiekwantum. Het is ook mogelijk in dit verband een ander uitgangspunt te kiezen: de beslisser baseert zijn produktiebeslissing niet alleen op de verwachte vraag, maar tevens op de omvang van het voorraadtekort (-overschot) dat is ontstaan, omdat de gerealiseerde vraag in de vorige periode groter (kleiner) was dan de verwachte vraag¹⁶). In dit geval is de beslisser niet altijd tevreden met zijn feitelijke voorraad; aan de hand van het criterium van een „normale” voorraad zal hij de ene keer zijn voorraad wensen aan te vullen en hem een andere keer willen verkleinen. Onder de „normale voorraad” zou men hier kunnen verstaan de gemiddelde vraag per periode, vermeerderd met een bepaalde veiligheidsvoorraad. De omvang van de laatste hangt af van de grootte van de fouten bij de vraagschatting en van de risikofaakteer die de beslisser heeft met betrekking tot neen-verkopen.

Rest ons nog de vraag hoe groot de aanpassing van de konstante b in de vraagfunctie dient te zijn om het zoekproces te laten verlopen op een wijze, zoals hierboven beschreven. We schrijven hiertoe in plaats van vergelijking (2-1):

$$\hat{Q}_1 = \hat{a} P_1 + \hat{b}_1 \quad (2-2)$$

waarin $\hat{a}$ en $\hat{b}$ schattingen zijn van respectievelijk de helling en konstante van de vraagfunctie; $\hat{Q}_1$ is de geschatte hoeveelheid. De index 1 duidt op de tijdsperiode waarop de schatting betrekking heeft. (Bedenk hierbij dat a geen index heeft, omdat werd verondersteld dat deze in de loop van de tijd geen wijzigingen ondergaat).

¹⁶) Wanneer men uitgaat van deze veronderstelling zal de wijze waarop de voorraad wordt gewaardeerd mede van invloed zijn op het verloop van het prijsaanpassingsproces; zie F. Billström en S. Thore, *Simulation Experiments with Dynamic Price Strategies in Monopoly Theory*, in: H. D. A. Wold (ed.), *Econometric Model Building*, Amsterdam 1964, blz. 297-307.

Stel de beslisser kiest mede op basis van vergelijking (2-2) een prijs $\bar{P}_1$, zijnde de in periode 1 gekozen prijs volgens een bepaalde beslissingsregel, bijv. een optimaliseringscriterium. De geschatte hoeveelheid (Q_{g1}) kan dan worden gevonden door $\bar{P}_1$ in (2-2) te substitueren:

$$Q_{g1} = \hat{a} \bar{P}_1 + \hat{b}_1 \quad (2-3)$$

De akteuele hoeveelheid die bij de gekozen prijs $\bar{P}_1$ in periode 1 wordt gerealiseerd geven we aan door middel van het symbool Q_{a1} . Hiervoor geldt:

$$Q_{a1} = \hat{a} \bar{P}_1 + b_1 \quad (2-4)$$

waarin b_1 kan worden opgevat als de ex post - „juiste” waarde van b in periode 1. We stellen deze - op grond van additionele informatie tot stand gekomen - waarde van b_1 gelijk aan de schatting van b voor de volgende (tweede) periode, $\hat{b}_2$. Om de mutatie van $\hat{b}_1$ in $\hat{b}_2$ te kwantificeren, herschrijven we (2-3) en (2-4) als:

$$\hat{b}_1 = Q_{g1} - \hat{a} \bar{P}_1 \quad (2-3^1)$$

$$b_1 = Q_{a1} - \hat{a} \bar{P}_1 \quad (2-4^1)$$

Uit (2-3¹) en (2-4¹) volgt:

$$b_1 - \hat{b}_1 = Q_{a1} - Q_{g1} \longrightarrow$$

$$b_1 = \hat{b}_1 + Q_{a1} - Q_{g1} \quad (2-5)$$

Zoals opgemerkt wordt b_1 gelijk gesteld aan $\hat{b}_2$, zodat geldt:

$$\hat{b}_2 = \hat{b}_1 + (Q_{a1} - Q_{g1}) \quad (2-6)$$

De vraagschatting van periode 2 wordt geschreven als:

$$\hat{Q}_2 = \hat{a} P_2 + \hat{b}_2 \quad (2-7)$$

Substitutie van (2-6) in (2-7) resulteert in:

$$\hat{Q}_2 = \hat{a} P_2 + \hat{b}_1 + (Q_{a1} - Q_{g1}) \quad (2-8)$$

Verbaal uitgedrukt impliceert vergelijking (2-8) dat de omvang waarmee de schatting van de vraagfunctie van de ene op de andere periode verandert gelijk is aan het verschil tussen enerzijds de akteuele hoeveelheid in de eerste periode en anderzijds de in de eerste periode geschatte hoeveelheid volgens de in die periode feitelijk gestelde prijs. Een en ander is in figuur 1 eenvoudig af te lezen: de verschuiving van lijn I naar lijn II is gelijk aan $OQ_a - OQ_g$. Uitgaande van vergelijking (2-8) en met kennis omtrent de kostenfunctie (K

als functie van $\hat{Q}^{17}$) bepaalt de beslisser zijn prijs voor periode 2 door te maximaliseren:

$$\bar{P}_2 \times \hat{Q}_2 - K(\hat{Q}_2) \quad (2-9)$$

Nadat met behulp van de prijs een bepaalde hoeveelheid in periode 2 is gerealiseerd, herhaalt zich het hierboven beschreven zoekproces naar de juiste ligging van de vraagfunctie in periode 3.

3 Enkele amenderingen op het zoekproces

Wanneer het zoekproces zoals dat in het voorgaande is beschreven zonder verdere amenderingen zou worden toegepast, dan is er een grote kans dat de vraagschatting elke periode moet worden aangepast; immers steeds als Q_g en Q_a ongelijk zijn, verandert de vraagschatting en daarmee ook de hoogte van de prijs.

We zullen daarom nog nader ingaan op de volgende onderwerpen: de invloed van schattingsfouten, de stabiliteit van het zoekproces en de aanpassingsfrequentie van de beslissingsvariabele. Verder wordt nog aandacht besteed aan de vraag wanneer het zoekproces moet worden gestaakt om over te gaan tot een nieuwe statistische schatting van de prijsafzetfunctie.

3.1. Schattingsfouten

Wanneer we geen rekening zouden houden met het maken van schattingsfouten, dan zouden we enerzijds te weinig recht doen weervaren aan het - via een statistische schattingsprocedure verkregen - model en anderzijds juist geen rekening houden met de omstandigheid dat de grootte van de schattingsfout(en) in het onderhavige model invloed zou(den) moeten uitoefenen op de aard van het zoekproces. Dit laatste lichten we nader toe.

Indien we in vergelijking (2-2) de schatting van Q ($\hat{Q}$) vervangen door de werkelijke waarde van Q , dan dienen we een schattingsfout e rechts van het gelijkteken toe te voegen.

In plaats van (2-2) schrijven we:

$$Q_t = a P_t + b_t + e \quad (3-1)$$

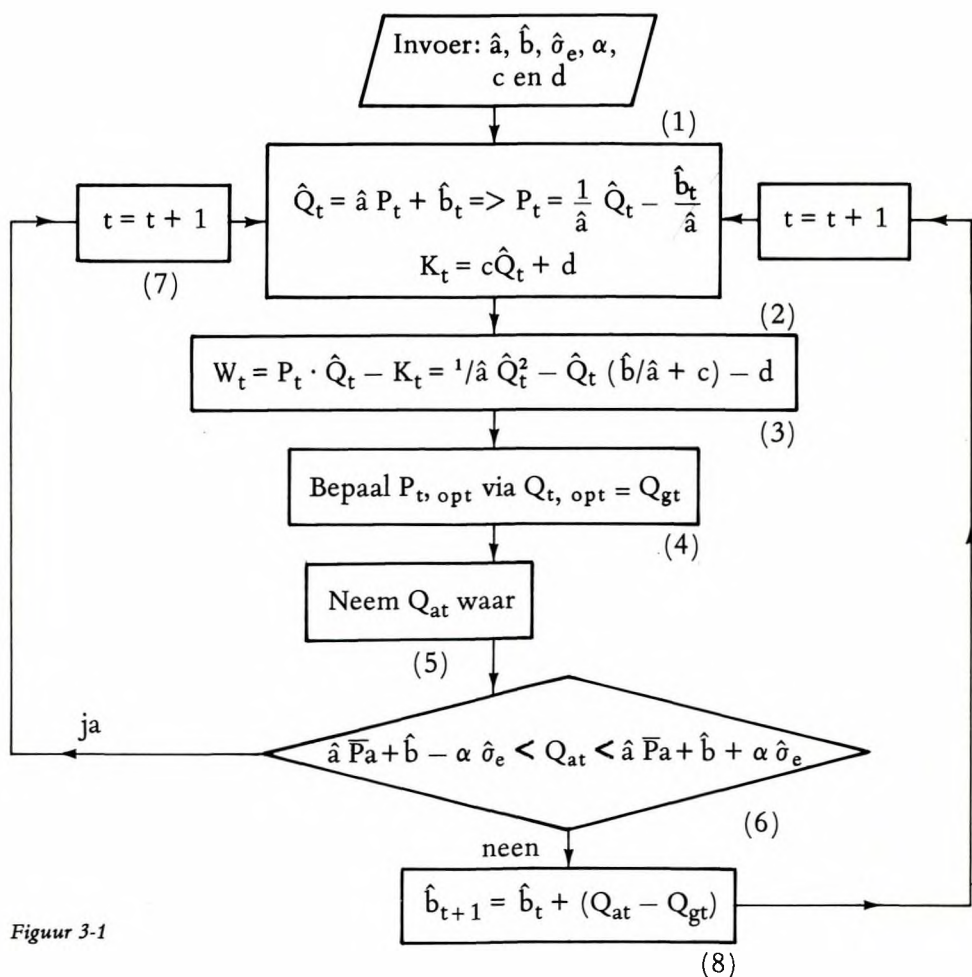
In deze vergelijking is t de index voor de tijdsperiode.

Als we ervan uitgaan dat de parameters a en b zijn geschat met behulp van korrelatie- en regressierekening en dat tevens is voldaan aan de veronderstellingen, die ten grondslag liggen aan de toepassing van deze schattingstechniek, dan zal de schattingsfout e normaal verdeeld zijn met een gemiddelde van nul en een standaarddeviatie van σ_e^{18}). Naarmate de standaarddeviatie (σ_e) groter is, zal de gemiddelde absolute afwijking tussen de geschatte en de

¹⁷⁾ Zie ook voetnoot 15.

¹⁸⁾ Ook indien aan een aantal veronderstellingen van korrelatie- en regressierekening niet wordt voldaan, kunnen we met deze techniek tot op zekere hoogte nog wel een oplossing vinden; zie K. Boskma, Statistische technieken voor het bepalen van de samenhang tussen variabelen, in het bijzonder als dit marktinstrumenten zijn, in: *Het informatiesysteem t.b.v. het marketing management* (Akademie voor Bedrijfskunde), Groningen 1973.

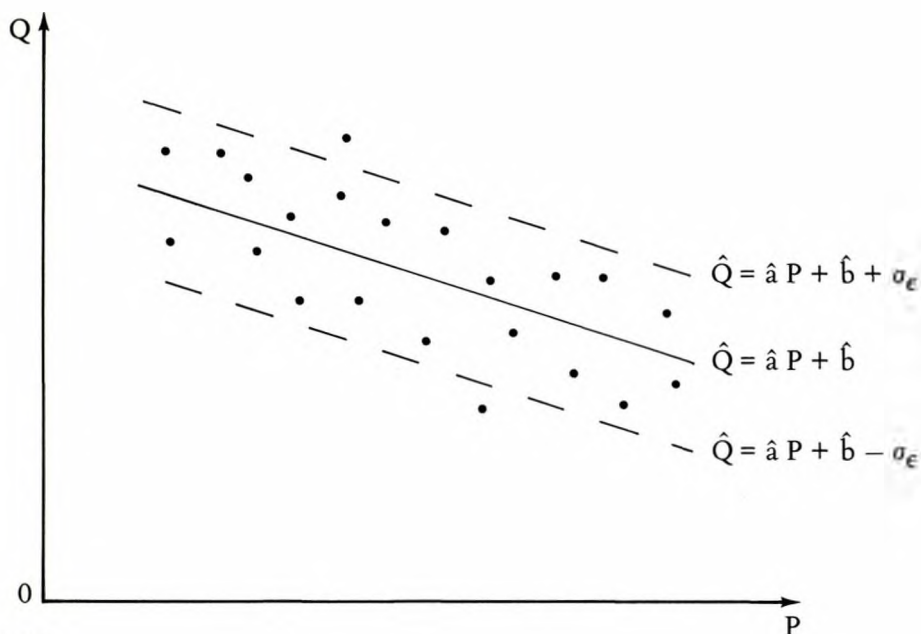
werkelijke vraag ook groter zijn (het causale verband ligt uiteraard omgekeerd). Alvorens we nu besluiten om de ligging van de geschatte vraagfunctie te veranderen, zullen we ons eerst de vraag moeten stellen: is de afwijking tussen de geschatte en de werkelijke vraag voldoende groot om deze afwijking te kwalificeren als zijnde van niet-toevallige aard? Op deze vraag is geen eenduidig antwoord mogelijk. Afhankelijk van de voorspellende betekenis die de beslisser hecht aan de geschatte relatie, zal hij een door hem gesignaleerde schattingsfout kwalificeren als of toevallig (er vindt geen aanpassing van de vraagschatting plaats), of systematisch (de afwijking is van een zodanige omvang dat een aanpassing van de vraagrelatie op z'n plaats is). Een formalisering van de uitbreiding van het zoekproces, waarbij rekening wordt gehouden met de stochastiek in de vraagschatting staat afgebeeld in figuur 3-1.



Figuur 3-1

In blok 2 van figuur 3-1 is K een kostenfunctie; de parameters c en d van deze functie zijn gegeven¹⁹⁾. In blok 4 wordt de optimale hoeveelheid Q_t , opt) bepaald door de winstfunctie uit blok 3 te maximaliseren. Door invulling van deze hoeveelheid in de prijs-hoeveelheidsrelatie (blok 2) vindt men de optimale prijs (P_t , opt). De parameter α (blok 6) kan worden opgevat als een aspiratieniveau dat een indicatie is voor de benedengrens van de schattingsfout in Q , die aanleiding dient te zijn voor een wijziging in de vraagschatting.

De waarde van α hangt af van de betekenis die de beslisser hecht aan de oorspronkelijke schatting van de vraagrelatie, waarvoor mogelijkwerwijs de hoogte van de korrelatiecoëfficiënt een indikator is. We zullen blok 6 toelichten met figuur 3-2.



Figuur 3-2

De regressielijn is de lijn $\hat{Q} = \hat{a} P + \hat{b}$. Daar we ervan zijn uitgegaan dat de verstoringster e een gemiddelde van nul heeft en een standaarddeviatie σ_e , kunnen we in figuur 3-2 aangeven wat de standaarddeviatie van de regressielijn (de verstoringster) is; nl. de bandbreedte om de regressielijn. Ook is het (meestal) reëel aan te nemen dat Q voor elk niveau van de prijs (P) normaal verdeeld is. Het is nu mogelijk aan te geven wat de kans is dat een Q -waarde, behorende bij een P -waarde in het gebied tussen de onderbroken lijnen valt.²⁰⁾ We moeten als beslisser van te voren aangeven met welk getal (α) we σ_e wensen te vermenigvuldigen. Hiermee worden de grenzen vastgelegd,

¹⁹⁾ Zie voetnoot 15.

²⁰⁾ Green en Tull, *op. cit.*, blz. 349.

waarbinnen de gerealiseerde verkopen (Q_{at}) moeten vallen om de vraagschatting voor de volgende periode ongewijzigd te laten²¹⁾ ²²⁾).

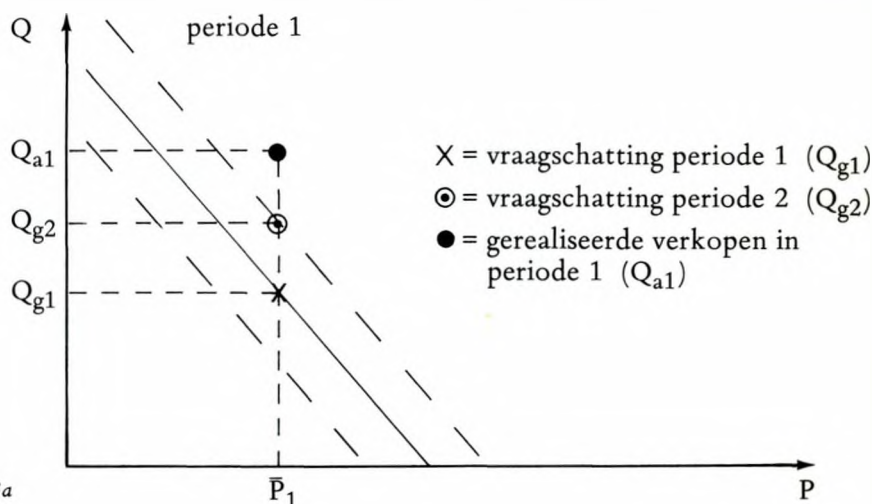
Als we nu vaststellen dat de gerealiseerde verkopen buiten de zojuist aangegeven grenzen vallen, gaan we er dus vanuit dat de afwijking tenminste voor een deel een systematisch karakter heeft²³⁾). Omdat er in de gevonden schattingsfout ook nog een toevallig gedeelte aanwezig kan zijn, passen we de vraagschatting in de volgende periode *slechts gedeeltelijk* aan. De beslisser veronderstelt hierbij dat de toevallige verstoring in dezelfde richting werkt als de systematische verstoring. Vandaar dat hij de gemeten afwijking tussen Q_a en Q_g slechts ten dele aanpast. De achtergrond hiervan is dat de beslisser er naar streeft de aanpassingen van de vraagschatting te beperken teneinde het verloop van het prijszettingsproces enigermate te stabiliseren.

Gedeeltelijke aanpassing betekent dat we de regressielijn niet volledig verschuiven. Om dit te bereiken vermenigvuldigen we $Q_{at} - Q_{gt}$ in blok 8 van figuur 3-1 met een konstante λ :

$$\bar{b}_{t+1} = \bar{b}_t + \lambda (Q_{at} - Q_{gt}) \quad 0 < \lambda < 1 \quad (3-2)^{24)}$$

3.2. De stabiliteit van het zoekproces

Er bestaat een vrij grote kans dat het zoekproces een instabiel karakter bezit. We zullen dit met de volgende figuur toelichten.



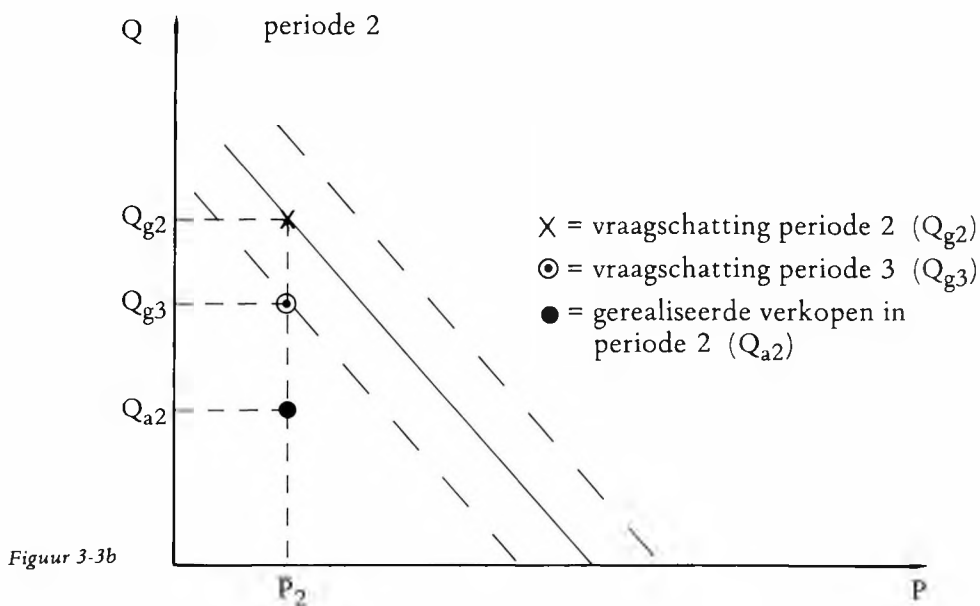
Figuur 3-3a

²¹⁾ Een andere manier om aan te geven of de vraagschatting al of niet wordt aangepast is te kijken naar de som van de schattingsfouten gedurende een aantal perioden. Wanneer deze som een bepaalde waarde overschrijdt vindt een aanpassing plaats in de richting van het teken van de som der schattingsfouten; mocht deze waarde niet worden overschreden, dan vindt geen aanpassing plaats.

²²⁾ Vergelijk het vaststellen van tolerantiegrenzen bij de kwaliteitscontrole; bijv. M. J. Moroney, *Feiten uit Cijfers*, Utrecht 1967, blz. 156 e.v.

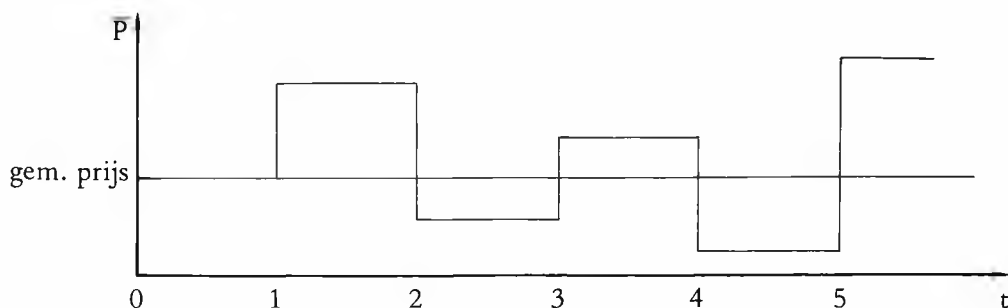
²³⁾ Hierbij kunnen we twee fouten maken. Het is ten eerste mogelijk dat er ondanks het feit dat de gerealiseerde verkopen buiten de grenzen vallen er toch sprake is van een toevallige verstoring en ten tweede kan een als toevallig aangemerkte verstoring systematisch van aard zijn.

²⁴⁾ We kunnen vergelijking (3-2) herschrijven als: $\bar{b}_{t+1} = \bar{b}_t + \lambda (\bar{b}_t - \bar{b}_t)$ of: $\bar{b}_{t+1} = \lambda \bar{b}_t + (1-\lambda) \bar{b}_t$ M.a.w. de nieuwe schatting van b komt tot stand via een exponentieel gewogen gemiddelde („exponential smoothing”).



Figuur 3-3b

Figuur 3-3a laat de geschatte Q_1 (Q_{g1}) behorende bij $\bar{P}_1$ (de optimale prijs in periode 1) zien. De gerealiseerde Q (Q_{a1}) ligt buiten het gebied rondom de regressielijn. We passen Q_g dus aan en de nieuwe regressielijn wordt $Q_2 = \bar{a}P_2 + \bar{b}_1 + \lambda (Q_{a1} - Q_{g1})$ (zie voor de verklaring van de konstante λ par. 3.1.) Stel dat de gerealiseerde verkopen (Q_{a2}) in periode 2 ook buiten de „bandbreedte” rond de regressielijn liggen, maar nu in de andere richting (zie figuur 3-3b); omdat we na de eerste periode de regressielijn naar boven hebben geschoven is uiteraard ook het gebied rondom de regressielijn naar boven verschoven. Dit betekent dat Q_{a2} nu beneden het nieuwe gebied ligt en we opnieuw moeten aanpassen. (Het is zelfs niet onwaarschijnlijk dat deze nieuwe schatting in de buurt ligt van die van 2 perioden terug.) Dit proces kan zich mogelijkwerwijs een aantal malen herhalen, waardoor de volgende situatie niet ondenkbaar is; zie figuur 3-4. In deze figuur is de beweging van de prijs in de tijd weergegeven; deze is waarschijnlijk niet zo zeer explosief als wel oscillerend.



Figuur 3-4

We passen elke periode onze prijs aan, zodanig dat (als gevolg van het verschil tussen Q_{at} en Q_{gt}) onze *geplande* winst in elke periode optimaal is. Dit behoeft evenwel niet te impliceren dat de som van de *gerealiseerde winsten* tevens optimaal is. Misschien zou het beter geweest zijn de prijs op een konstant niveau te houden en dus geen aanpassingen van de vraag-schatting te effectueren. Dit verdient met name dan aanbeveling, wanneer blijkt dat via het zoekproces te vaak een toevallige vraagverstoring als systematisch wordt aangemerkt, zodat min of meer ten onrechte een aanpassing (ook van de prijs) plaats vindt.

Het doen van vele aanpassingen brengt ook andere nadelen met zich mee (zie par. 3.4). We kunnen dit probleem oplossen door een *vertraging* in blok 8 van figuur 2 aan te brengen. Stel dat de vraag in blok 6 met „neen” wordt beantwoord. Alvorens we nu naar blok 8 gaan, wachten we één periode, ofwel we houden de prijs één periode konstant. We nemen opnieuw Q_{at} in de volgende periode waar. Weer stellen we de vraag in blok 6. Als nu óók voor de nieuwe Q_{at} geldt dat deze buiten de aangegeven grenzen valt en bovendien in dezelfde richting van Q_{gt} afwijkt als de vorige Q_{at} , *eerst dan* passen we Q_{gt} aan.²⁵⁾

3.3. De frekwentie van de aanpassing van de beslissingsvariabele

In de vorige paragraaf is gewezen op het gevaar van instabiliteit. We hebben dit trachten te ondervangen door het inbouwen van een „beslissings-vertraging”. Toch is het mogelijk dat we binnen een bepaalde termijn (bijv. 10 perioden) vrij vaak onze prijs moeten aanpassen. Wanneer één van de doelstellingen van de onderneming is: „wijzig de prijs zo weinig mogelijk”, dan moeten we dit in het zoekproces verwerken.

Dit kan op een aantal manieren:

- maak de parameter α groot. Dit betekent dat we slechts bij grote afwijkingen tussen Q_a en Q_g aanpassen;
- vertraag meerdere perioden. Slechts wanneer een aantal malen een verstoring in dezelfde richting wordt gekonstateerd passen we de prijs aan;
- doe zowel het onder a. als onder b. genoemde.

De beperking van het aantal prijswijzigingen kan o.a. door de volgende factoren worden ingegeven:

- de marktvorm, waarmee de onderneming wordt gekonfronteerd;
- de gedragspatronen van de konsument ten aanzien van prijswijzigingen.

Daarentegen is het ook mogelijk dat een onderneming direkt wil reageren op elke grote verandering in de vraag. In dat geval zal de onderneming geen beslissingsvertraging ten aanzien van de vraagaanpassing accepteren.

We kunnen nu in het algemeen stellen dat de aanpassingsfrekwentie van de beslissingsvariabele mede afhangt van de doelstelling van de onderneming.

²⁵⁾ Ook hier zou de som van de schattingsfouten over een aantal perioden weer als een alternatieve methode gebruikt kunnen worden. Deze methode heeft als voordeel dat we de vraag-schatting reeds aanpassen indien er een aantal verstoringen in dezelfde richting plaatsvindt, waarvan de som een bepaalde waarde overschrijdt, maar die elk afzonderlijk niet buiten de gestelde grenzen vallen (zie ook voetnoot 16).

3.4. Wanneer wordt het zoekproces gestaakt?

Een belangrijke vraag met betrekking tot het hierboven beschreven zoekproces is: wanneer dient men het zoekproces op basis van de „oude” vraag-schatting te staken om tot een nieuwe (statistische) schatting van de vraag-functie over te gaan? In principe luidt het antwoord op deze vraag: indien de contante waarde van de kosten der schattingsfouten bij een voortgaand zoekproces groter is dan de contante waarde van de kosten der schattings-fouten bij een zoekproces voorafgegaan door een nieuw statistisch onder-zoek, inclusief de kosten van dit onderzoek²⁶). Onder de „kosten van de schattingsfouten” zou men kunnen verstaan de omvang van de winstderving, die ontstaat doordat een prijsbeslissing wordt genomen op basis van een onjuiste schatting; m.a.w. de winstderving is gelijk aan het verschil tussen de winst bij een juiste schatting van de vraag (slechts ex post bepaalbaar) en de winst, welke resulteert bij een beslissing genomen op grond van de feitelijke vraag-schatting. Enige praktische betekenis heeft deze uitspraak echter niet; immers de vooronderstelling van een „perfect foresight” ten aanzien van de schattingsfouten betekent niet alleen dat de beslisser de toekomstige werke-lijkheid volledig kent - hetgeen een nauwelijks acceptabel ideaalbeeld van de realiteit veronderstelt -, maar tevens dat de beslisser, indien hij deze volledige kennis zou hebben, er geen gebruik van maakt en voortgaat met het maken van schattingsfouten. Van meer praktische waarde is het daarom te verge-lijken:

a. de omvang van de schattingsfouten, zoals die werden gemaakt in de perioden direct na het statistische onderzoek;

b. de omvang van de schattingsfouten, die de beslisser heeft gemaakt in de jongste beslissingsperioden.

Wanneer het resultaat, sub b berekend „voldoende” groot is ten opzichte van de uitkomst sub a, dan zijn termen aanwezig een nieuw statistisch onder-zoek aan te bevelen.

Het behoeft overigens geen betoog dat de strenge scheiding die steeds is gemaakt tussen aan de ene kant het statistische onderzoek en aan de andere kant het zoekproces een beetje wereldvreemd aandoet. Doordat de beslisser zoekt, verkrijgt hij informatie waarvan hij in het volgende stadium van zijn zoekproces gebruik maakt; hij zal echter óók een reeks van aldus opgedane ervaringen kunnen gebruiken voor een nieuwe schatting van zijn vraag-functie, of een korrektie van de oude, zodat een statistisch schattingsproces en een zoekprocedure (nog) meer geïntegreerd kunnen worden dan in het voorgaande reeds werd geponeerd.

4 Enkele slotopmerkingen

In dit artikel hebben we getracht een zoekmodel te ontwikkelen dat in staat is de parameters van een eenmaal gevonden functie (relatie) in de loop van

²⁶) Uit deze vergelijking blijkt dat slechts twee alternatieven in ogenschouw worden genomen, nl. in het geheel geen onderzoek en een onderzoek op dit moment. Deze voorstelling van zaken is wel al te eenvoudig; in principe zou men ook alternatieven die op een aantal verschillende momenten in de toekomst een statistisch onderzoek voorschrijven in de beschouwing moeten betrekken.

de tijd aktueel te houden. We kunnen deze aangepaste funktie dan blijven gebruiken voor het nemen van beslissingen, in plaats van het opnieuw (laten) uitvoeren van een (meestal vrij kostbaar) marktonderzoek.

Aan de hand van een casus-positie, een prijs-afzetfunctie, hebben we laten zien dat - als gevolg van een afwijking tussen de gerealiseerde verkopen en de geschatte verkopen - er een aanpassing van de geschatte verkopen voor de volgende periode plaatsvindt en dat er via een beslissingsregel (gebaseerd op het streven naar optimale winst) een prijswijziging wordt doorgevoerd. Een belangrijke vooronderstelling hierbij was dat slechts één van de parameters van de prijs-afzetfunctie (nl. de constante b) aan verandering onderhevig was en dat de andere parameter (de richtingscoëfficiënt a) constant bleef. Er vond dus uitsluitend een verschuiving van de prijs-afzetfunctie plaats, geen hellingsverandering.

Om het model een realistischer karakter te geven hebben we vervolgens in paragraaf 3 een aantal amenderingen aangebracht. Dit hield in dat getracht werd het model alleen op *systematische* verstoringen te laten reageren en dus niet op toevallige. Een implicatie hiervan was dat slechts een *gedeeltelijke* aanpassing van de prijs-afzetfunctie plaatsvond, gegeven een bepaalde afwijking tussen de geschatte en de gerealiseerde verkopen. Voorts werd een *beslissingsvertraging* ingebouwd om het model een stabiel karakter te geven.

Tenslotte zijn we nog ingegaan op de vraag: wanneer moet het zoekproces worden gestaakt? We moeten dan tegen elkaar afwegen de kontante waarde van de kosten van het maken van schattingsfouten bij een voortgaand zoekproces en de kontante waarde van de kosten van het maken van schattingsfouten bij een zoekproces voorafgegaan door een nieuw statistisch onderzoek, inclusief de kosten van dit onderzoek. Voor de oplossing van dit probleem hebben we ook nog een meer praktische maatstaf ontwikkeld.

Met behulp van een computermodel zijn we nagegaan of de winst hoger was in een situatie waarin we de prijs-afzetrelatie steeds muteerden (waardoor ook prijswijzigingen optraden) in vergelijking met een situatie waarin we uitgingen van de oorspronkelijke (via marktonderzoek verkregen) relatie en waar de prijs dus konstant bleef. Dit bleek steeds het geval te zijn. Met name de systematische verstoring bleek van significante invloed te zijn op het winstniveau (dit hebben we getoetst met behulp van variantie-analyse).

Om het realiteitsgehalte te vergroten zou het zinvol zijn na te gaan of dit zoekproces toepasbaar blijft bij meerdere beslissingsvariabelen. Dit probleem is onderwerp van verdere studie. Ook nemen we ons voor prijsbeslissingsprocessen in de praktijk te beschrijven, teneinde de door ons ontwikkelde zoek- en aanpassingsprocedures op hun empirische relevantie te kunnen beoordelen.