

ENKELE BESCHOUWINGEN OVER HET VRAAGSTUK VAN DE OPTIMALE GEBRUIKSDUUR VAN DUURZAME PRODUKTIEMIDDELEN ¹⁾

door J. L. Bouma, *ec. cand.* en H. Willems, *ec. drs.*

Over het vraagstuk van de bepaling van de zgn. economische levensduur van duurzame produktiemiddelen bestaat een groot aantal theorieën. De controverse over dit vraagstuk heerst nog steeds. Daarom willen wij in het volgende enkele van deze theorieën nogmaals kritisch onder de loupe nemen. Bovendien zal worden getracht van twee van deze theorieën een synthese te geven, nl. van de zgn. „unit-cost”-theorie, waarvan Taylor en Hotelling de bekendste exponenten zijn, en van de theorie, hier te lande voorgedragen door J. L. Mey. ²⁾

DE „GOODWILL”-THEORIE EN DE „KAPITALWERT”-THEORIE VAN SCHNEIDER

Wij zullen beginnen met een bespreking van twee der bekendste theorieën, nl. 1e de theorie, ontwikkeld door Schneider in zijn bekende boek „Wirtschaftlichkeitsrechnung”, en 2e de zgn. goodwill-theorie, waarvan Preinreich en Lutz de bekendste vertegenwoordigers zijn. ³⁾

Hoewel de genoemde theorieën aan vele lezers van dit tijdschrift bekend zullen zijn, is het wellicht voor de goede orde dienstig om te beginnen met een korte uiteenzetting ervan. In de uiteenzetting kunnen beide theorieën gelijktijdig worden behandeld, omdat de theorie van Schneider en de goodwill-theorie vrijwel identiek zijn, zij het dat Schneider de theorie op basis van iets afwijkende veronderstellingen behandelt en het woord goodwill niet gebruikt.

Onder de „goodwill” van een duurzaam produktiemiddel wordt verstaan de algebraïsche som van de contante waarden van alle in- en uitgaande betalingen verband houdend met het produktiemiddel. ⁴⁾

De aanschaffingswaarde wordt ook als een uitgave (en wel op het tijdstip $t = 0$) beschouwd.

De genoemde theorieën leren, dat de optimale gebruiksduur van een duurzaam produktiemiddel kan worden bepaald door na te gaan op welk tijdstip de door de machine geleverde goodwill maximaal is. Zoals gemakkelijk is in te zien is de goodwill maximaal op het moment, dat de opbrengst van het produkt in een bepaalde tijdseenheid gelijk is aan de komplementaire kosten in die tijdseenheid, vermeerderd met de interest over de residu-waarde en de depreciatie van deze residu-waarde in dezelfde tijdseenheid.

Schneider kijkt in zoverre van de goodwill-theorie af, dat hij 3 gevallen

¹⁾ Hoewel veelal van levensduur wordt gesproken achten wij de term gebruiksduur beter.

²⁾ J. S. Taylor: A statistical Theory of Depreciation, in „Journal of the American Statistical Association”, Vol. 18 1922/23.

H. Hotelling: A general mathematical theory of depreciation, in: „Journal of the American Statistical Association”, Vol. 20, 1925.

J. L. Mey: Het vervangingsprobleem bij duurzame produktiemiddelen, Den Haag, 1956.

³⁾ E. Schneider: Wirtschaftlichkeitsrechnung, Bern/Tübingen, 1951.

G. A. D. Preinrich: The economic life of industrial equipment, in: „Econometrica” Vol. 8, 1940.

F. A. en V. Lutz: The theory of investment of the firm, Princeton 1951.

Voor een goede samenvatting van vele theorieën zie ook: H. von Briel: Die Ermittlung der wirtschaftlichen Nutzungsdauer von Anlagegütern, Zürich, 1955.

⁴⁾ Schneider duidt dit begrip aan als „Kapitalwert”.

onderscheidt en behandelt: de „*einmalige Investition*”, de „*mehrmalige endliche Investition*” ⁵⁾ en de „*unendliche Investition*”.

In het geval van de „*einmalige Investition*” wordt verondersteld, dat de ondernemer géén rekening houdt met latere vervanging. De „*mehrmalige endliche Investition*” veronderstelt dat de vervanging een van tevoren bepaald eindig aantal malen zal worden herhaald terwijl er bij de „*unendliche Investition*” van uitgegaan wordt, dat de vervanging tot in de verre (oneindige) toekomst door zal gaan.

Het bovenstaande kan op eenvoudige wijze mathematisch worden uiteengezet en wel als volgt: ⁶⁾

- G = de goodwill van het produktiemiddel
- $U(t)$ = de geldopbrengst van het produkt per tijdeenheid
- $k(t)$ = de komplementaire kosten
- A = de aanschaffingswaarde
- t_0 = de optimale gebruiksduur, bestaande uit t_0 tijdeenheden (produktiemiddelen aangeschaft op $t = 0$)
- i = de interestvoet.

Geen vervanging

In het geval van de „*einmalige Investition*” is de wiskundige formulering als volgt:

$$G = \int_0^{t_0} [U(t) - k(t)] e^{-it} dt - A.$$

De goodwill is maximaal als $\frac{dG}{dt_0} = 0$, d.w.z. als

$$[U(t_0) - k(t_0)] e^{-it_0} = 0, \text{ dus als } U(t_0) = k(t_0), \text{ want } e^{-it_0} > 0.$$

In overeenstemming met bovengenoemde formulering is de optimale gebruiksduur bereikt in de tijdeenheid t_0 , waarin de opbrengst ($U(t_0)$) juist gelijk is aan de komplementaire kosten ($k(t_0)$).

Oneindig aantal malen vervanging

In het geval van de „*unendliche Investition*” moet rekening worden gehouden met de goodwill van toekomstige vervangende produktiemiddelen, welke laatste identiek worden gesteld aan het in gebruik zijnde. In dit geval is nl.:

$$G = \left[\int_0^{t_0} [U(t) - k(t)] e^{-it} dt - A \right] \times (1 + e^{-it_0} + e^{-2it_0} + \dots + e^{-mit_0})$$

waarbij m het nummer van de laatste in de beschouwing betrokken periode is ($m \rightarrow \infty$)

Weer is G maximaal als $\frac{dG}{dt_0} = 0$, d.w.z. als

⁵⁾ Zoals Schneider zelf al opmerkt, is dit een in de praktijk weinig voorkomend geval. Reëler lijkt ons niet te veronderstellen dat een bepaald aantal malen zal worden vervangen maar dat het produktieproces gedurende een van tevoren vastgestelde periode zal worden uitgevoerd, bv. in verband met lopende of eindigende concessies.

⁶⁾ Wij zien af van de residu-waarde. Principieel brengt dit geen verandering in het beoogd maar wel een aanzienlijke vereenvoudiging in de wiskundige formulering. Voorts wordt de continue interestberekening toegepast.

$$[U(t_0) - k(t_0)] - \frac{i}{1 - e^{-it_0}} \left[\int_0^{t_0} [U(t) - k(t)] e^{-it} dt - A \right] = 0,$$

$$\text{d.w.z. als } U(t_0) = k(t_0) + \frac{i}{1 - e^{-it_0}} \underbrace{\left[\int_0^{t_0} [U(t) - k(t)] e^{-it} dt - A \right]}_{\text{Gf}}$$

In woorden: de optimale gebruiksduur is in de veronderstelling van „unendliche Investition” bereikt als de opbrengst gelijk is aan de complementaire kosten vermeerderd met de interest over de contante waarde van de goodwill van alle toekomstige vervangers (Gf).

Vergeleken met het eerste geval is het resultaat in het geval van de veronderstelling van „unendliche Investition” in de goodwill-theorie dus een kortere optimale levensduur, omdat de opbrengst op een vroeger tijdstip door $k(t_0) + \frac{i}{1 - e^{-it_0}} \cdot \text{Gf}$ gecompenseerd zal worden dan door $k(t_0)$ alléén. ⁷⁾

Bezwaren tegen de goodwill-theorie

Tegen de goodwill-theorie en derhalve ook tegen de theorie van Schneider zijn verschillende bezwaren ingebracht. Eén der bekendste bezwaren is wel dat de winst, voorzover aanwezig, geheel wordt toegerekend aan één produktiemiddel, nl. aan het duurzame produktiemiddel. Door deze toerekening wordt het produktiemiddel zolang aangehouden tot de gehele ondernemerspremie is verbruikt, d.w.z. de optimale gebruiksduur valt te lang uit. ⁸⁾

Is dit bezwaar terecht? Om dit te beoordelen is het gewenst de indeling van Schneider voor ogen te houden.

In het geval van de „einmalige Investition” beschouwt men eigenlijk slechts één produktieproces op zichzelf, dus als een afgesloten geheel. De duur van dit produktieproces wordt gelijkgesteld met de optimale gebruiksduur van de machine. Er wordt nl. géén vervanging verondersteld. Als nu vóórop wordt gesteld winstmaximalisatie over de duur van dit ene produktieproces dan is de procedure van de goodwill-theorie inderdaad juist: er wordt doorgegaan met produceren tot er geen winst meer wordt gemaakt, d.w.z. tot de marginale opbrengst gelijk is aan de marginale kosten: $U(t_0) = k(t_0)$. We berekenen op deze wijze echter niet de optimale gebruiksduur van het duurzame produktiemiddel maar veeleer de optimale duur van het produktieproces als geheel. Het is zaak deze twee begrippen niet te verwarren!

Het is echter duidelijk, dat het realiteitsgehalte van de veronderstelling van „einmalige Investition” niet groot is. Slechts in uitzonderingsgevallen zal deze veronderstelling opgaan. In die gevallen is ook dikwijls de veronderstelling van winstmaximalisatie niet irreëel.

Wij willen er hier op wijzen, dat het geval van de „einmalige Investition” in het kader van de vervangingswaardetheorie relevant wordt in het geval, dat de opbrengstwaarde van een produkt duurzaam daalt beneden zijn vervangingswaarde. Volgens de vervangingswaardetheorie zijn de produkten dan nl. onvervangbaar geworden. Zodra dus de opbrengstwaarde daalt be-

⁷⁾ Het geval van „mehrmalige endliche Investition” leidt tot een uitkomst, die tussen de behandelde uitersten ligt. Het zou te ver voeren dit met getallen en voorbeelden te illustreren.

⁸⁾ Zie J. L. Mey: Het vervangingsprobleem bij duurzame produktiemiddelen blz. 40 en 41.

neden de vervangingswaarde krijgt de opbrengst van het produkt inderdaad invloed op de tijd, gedurende welke het produktieproces nog kan worden uitgevoerd. In dit geval - maar ook alleen in dit geval - heeft de opbrengst dus invloed op de gebruiksduur van de machine die dan gelijk is geworden aan de optimale duur van het gehele produktieproces.

Het belangrijker geval echter is dat van een continue produktie, dus dat van de „unendliche Investition”. Ook Schneider beschouwt deze veronderstelling als de meest reële. Hoe staat het nu in dit geval met de toerekening?

Men kan stellen, dat hier inderdaad van toerekening sprake is. Deze toerekening van winst heeft echter geen enkel kwaad gevolg, zolang de opbrengst van het produkt of de prestatie constant wordt verondersteld, hetgeen Schneider ook doet. Dit wil zeggen, dat het resultaat van de goodwill-theorie voor het geval van de „unendliche Investition” onder de veronderstelling van een constante opbrengst, ook bereikt kan worden zonder van deze opbrengst gebruik te maken, dus door alléén van de kostenkant uit te gaan. Mathematisch kan op eenvoudige wijze worden aangetoond, dat de goodwill-theorie, in het geval dat een constante opbrengst van het produkt wordt verondersteld, identiek is met de zgn. theorie van de „minimale Periodenkosten” of de „minimum average cost”-theorie, die zegt dat de optimale gebruiksduur van een duurzaam produktiemiddel bereikt is als de gemiddelde kosten per tijdeenheid minimaal zijn. Het bewijs zoals wij dat bij Schneider vinden geven wij als volgt weer. Wij gaan uit van de op pagina 3 gegeven vergelijking:

$$G = \left[\int_0^{t_0} [U(t) - k(t)] e^{-it} dt - A \right] \times (1 + e^{-it_0} + e^{-2it_0} + \dots + e^{-nit_0})$$

waarbij U constant is, dus:

$$G = \frac{U}{i} - \frac{1}{1 - e^{-it_0}} \cdot \left[\int_0^{t_0} k(t) \cdot e^{-it} dt + A \right].$$

De optimale gebruiksduur is bereikt als G maximaal is, dus als $\frac{dG}{dt_0} = 0$.

Daar U constant is, is aan $\frac{dG}{dt_0} = 0$ voldaan als

$$C = \frac{1}{1 - e^{-it_0}} \left[\int_0^{t_0} k(t) \cdot e^{-it} dt + A \right] \text{ minimaal is.}$$

C stelt voor de contante waarde van de met het gebruik van het produktiemiddel gepaard gaande kosten. Om het minimum van deze kosten te bepalen, differentiëren we C naar t_0 : $k(t_0) = C \cdot i$, d.w.z. de optimale levensduur is bereikt als de grenskosten ($k(t_0)$) gelijk zijn aan de gemiddelde kosten per tijdeenheid ($C \cdot i$), d.w.z. als deze gemiddelde kosten, betrokken op de tijd, minimaal zijn.⁹⁾

De conclusie, dat bij een constante opbrengst de goodwill-theorie eigenlijk een theorie is die kosten minimaliseert, is niet opzienbarend en zou ook geen mathematisch bewijs vereisen. Het spreekt nl. nogal vanzelf, dat, als wij het verschil tussen een constante opbrengst en bepaalde kosten maximaal willen maken, dit neerkomt op het minimaliseren van deze kosten.

Het wiskundige bewijs vestigt echter wel de aandacht op een fundamenteel bezwaar tegen de theorie, zoals deze door Schneider is geformuleerd. De

⁹⁾ Zoals bekend snijdt de curve der grenskosten de curve der gemiddelde kosten in het laagste punt van de laatstgenoemde.

goodwill-theorie, ook in de versie van Schneider, gebruikt nl. de tijd niet alleen in de zin van kalendertijd, maar kent de tijd ook een rol toe als verklarende variable, in gevallen waarin niet de tijd maar andere factoren via de tijd hun invloed oefenen. Zo wordt bv. de opbrengst U beschouwd alléén als een functie van de tijd. Hetzelfde is het geval met de kosten. Dit is o.i. een ernstige tekortkoming. Op eenvoudige wijze kan dit worden geïllustreerd met behulp van de voren genoemde „Periodenkosten-theorie” volgens welke de optimale gebruiksduur van een produktiemiddel is bereikt, wanneer de gemiddelde kosten, betrokken op de tijd, minimaal zijn. Wanneer zijn echter de gemiddelde kosten per tijdeenheid minimaal? Vanzelfsprekend is dit het geval als er helemaal niets wordt geproduceerd! Deze absurde consequentie laat duidelijk zien, dat deze theorie mank gaat aan het hanteren van de tijd als enige causale faktor. Veel meer ligt het voor de hand de in iedere periode geproduceerde hoeveelheid als causale variabele voor opbrengst en kosten in te voeren.¹⁰⁾ Dit leidt dan tot de beschouwing van de „unit-cost”-theorie van Taylor en Hotelling en van de theorie, zoals deze in het kader van de vervangingswaardetheorie naar voren is gebracht door J. L. Mey, welke theorieën niet het bovengenoemde euvel vertonen.

Voordat we hiertoe overgaan moet er op worden gewezen, dat de veronderstelling van een constante opbrengst van het produkt of de prestatie van de machine vanzelfsprekend een irreële veronderstelling is. Zodra wij deze veronderstelling laten vallen treden de gevolgen van een toerekening echter wel aan de dag.

Thans dus de reeds genoemde „unit-cost”-theorie en de vervangingswaardetheorie. Welke overeenkomst en welk verschil bestaat er tussen genoemde theorieën? Om dit na te gaan zullen wij eerst de „unit-cost”-theorie formuleren, waarbij wij echter tevens enige aanvullingen zullen geven om de theorie een realistischer aanzien te geven. In de formulering zal wederom gebruik worden gemaakt van de wiskundige methode.

DE GEAMENDEERDE „UNIT-COST”-THEORIE

Uitgangspunt en veronderstellingen

We nemen aan dat door samenwerking van één duurzaam produktiemiddel en daarmee verbonden komplementaire produktiefactoren een welomschreven resultaat wordt verkregen. Dit resultaat (een eindprodukt, halffabrikaat of prestatie, bv. een aantal uren gebruik maken van een bepaalde bedrijfsafdeling) wil men door middel van de voor het bedrijf meest geëigende produktiewijze, in een geplande hoeveelheid tegen zo laag mogelijke offers per eenheid produkt of prestatie, gewaardeerd tegen vervangingsprijs, produceren. Het resultaat is het produkt van de combinatie van duurzame produktiemiddelen en komplementaire factoren. De offers per eenheid produkt zijn afhankelijk van:

1. De kwantitatieve verhoudingen binnen de gegeven stand van de techniek.
2. De in verband met de marktverhoudingen en de organisatorische en

¹⁰⁾ Volledigheidshalve zij vermeld, dat Schneider wel over de afgezette hoeveelheid (Absatz) spreekt. Hij stelt deze echter constant, waardoor zijn theorie overeenkomt met de zgn. „Periodenkostentheorie”. Het maken van een dergelijke veronderstelling is vanzelfsprekend toelaatbaar en ook beter dan het geheel buiten beschouwing laten van de hoeveelheid als bepalende faktor zoals dat in de Periodenkostentheorie gebeurt, maar de theorie verliest in dit geval onnodig algemene geldigheid. Om dit te herstellen dient de geproduceerde hoeveelheid expliciet als verklarende variabele te worden geïntroduceerd.

technologische structuur van het bedrijf op elk moment te produceren hoeveelheid produkt.

3. De tijd gedurende welke het betrokken duurzame produktiemiddel in het produktieproces is ingeschakeld, die gelijk gesteld wordt met de gebruiksduur van dit werktuig.
4. De vervangingswaarde van het duurzame produktiemiddel en van de daarmee komplementair verbonden produktiefactoren.
5. De rentestand.

ad 1. We stellen dat er een eindig aantal mogelijkheden is waarop de produktie kan worden uitgevoerd. Deze mogelijkheden zijn o.a. afhankelijk van de stand van de techniek, die we konstant veronderstellen. De mogelijke produktiewijzen duiden we aan met de parameter λ . λ is een diskontinue variabele, zodat m.b.t. λ de techniek van de differentiaalrekening niet kan worden toegepast. Ter bepaling van de optimale λ zal men dus voor elke mogelijke wijze van produktie een kostenfunctie moeten opstellen. Voor elk van deze funkties dient m.b.t. de andere variabelen het optimum te worden berekend. Door vergelijking van deze verschillende relatieve optima kan men het optimum optimum en daarmee de te volgen λ en de aktuele kostenfunctie vaststellen. Het is zeer goed denkbaar dat de ondernemer op grond van de omvang van zijn bedrijf of tengevolge van historische of organisatorisch bepaalde oorzaken, zoals vestigingsplaats, specialisatie op kwaliteitsprodukten, kortom allerlei externe oorzaken, beperkt is in de keuze van zijn te volgen produktiewijze. Exogene oorzaken als de situatie op de arbeidsmarkt kunnen hier eveneens een rol spelen.

Het bovenstaande impliceert, dat wij er, in tegenstelling tot de meeste gangbare theoretische beschouwingen over de isokwantentheorie vanuit gaan, dat, gegeven een bepaalde hoeveelheid te produceren produkt, slechts enkele kwantitatieve verhoudingen relevant zijn.¹¹⁾

ad 2. De op elk moment te produceren hoeveelheid, $h(t)$, wordt door de leiding van de bedrijfshuishouding vastgesteld. Men dient zich hierbij voor te stellen dat de betrokken afdeling is ingebed in de organisatie van het gehele bedrijf: h impliceert derhalve een hoeveelheid produkt van welomschreven hoedanigheden (kwaliteitsverschillen dienen op kwantiteitsverschillen te worden herleid). $h(t)$ kan constant blijven in de tijd of variëren, afhankelijk van de vraag in hoeverre het bedrijf een vermindering van prestatie kan tolereren. Dit is mede afhankelijk van fluktuaties in de afzet of van de mogelijkheid de funktie van het werktuig + komplementaire factoren te doen overnemen door andere kombinaties van werktuigen + komplementaire factoren. De gewenste $h(t)$ kan echter door een samenstel van fysieke prestaties van het werktuig en komplementaire factoren steeds worden bereikt. Verminderd prestatievermogen van het duurzame produktiemiddel behoeft niet te betekenen dat de hoeveelheid $h(t)$ geproduceerd door komplementaire factoren en duurzame produktiemiddelen vermindert.

$h(t)$ is een funktie van het tijdsverloop t . Alle variabelen die van $h(t)$ afhankelijk zijn, zijn dus te herleiden tot een funktie van t . $h(t)$ behoeft in de praktijk geenszins kontinu te zijn. Ten einde de differentiaalrekening op de funkties van t te kunnen toepassen veronderstellen we echter dat $h(t)$ kontinu is, omdat de vorm en verdere eigenschappen van $h(t)$ doorwerken in alle funkties, die van $h(t)$ en daardoor van t afhankelijk zijn.

¹¹⁾ Zie verder o.a. J. L. Mey: Theoretische Bedrijfseconomie, Deel II, 5e dr., 's-Gravenhage 1958, blz. 206.

ad 3. De gebruiksduur L van het duurzame produktiemiddel is een met de tijd proportionele functie: $L = \alpha t$ waarbij we $\alpha = 1$ stellen. De gebruiksduur wordt dan aangegeven door t , aangenomen dat het uitgangspunt $t = 0$ is. Aan de marktprijs van het produkt en mitsdien ook aan het verloop daarvan in de tijd wordt geen actieve rol toegekend, met dien verstande dat wij aannemen dat de opbrengstwaarde (marktprijzen) boven de vervangingswaarde van het produkt ligt.

Gegeven de eisen ($h(t)$) en de mogelijkheden (λ) is het zaak om de minimale kosten voor een eenheid produkt te vinden aan de hand van het verloop van de vigerende kostenfuncties. Op het moment dat de gemiddelde kosten per eenheid produkt gerekend over de *gehele gebruiksperiode* minimaal zijn, zal men dus tot vervanging over moeten gaan.

ad 4. Onder de vervangingswaarde verstaan we de waarde van het duurzame produktiemiddel op het moment van daadwerkelijke vervanging (we veronderstellen perfect fore-sight). Wij hangen hiermee de futuristische beschouwingswijze aan.¹²⁾ Dat de onzekerheid van de toekomstige vervangingswaarde ons in de praktijk er toe brengt de kostprijs op de prijs op de inkoopmarkt op het moment van de ruil van het produkt te baseren, doet aan het realiteitsgehalte van deze beschouwingswijze niet af.

ad 5. De invloed van de rentestand laten we buiten beschouwing omdat deze faktor principieel geen wijziging in het betoog zal brengen, terwijl de uiteenzetting door het weglaten van deze faktor sterk vereenvoudigd wordt.

De optimale gebruiksduur en minimale kosten

De aard en hoedanigheid van het duurzame produktiemiddel zal tot uitdrukking komen in zijn vervangingswaarde C . C is een functie van λ en $h(t)$ (de aan het werktuig gestelde eisen mede rekening houdend met de ondeelbaarheid van het duurzame produktiemiddel). Daar de vervangingswaarde varieert in de tijd kan men stellen, dat C eveneens een functie is van het verloop van de tijd. Derhalve: $C = C(\lambda, t)$.

Het duurzame produktiemiddel levert bepaalde prestaties bv. machineuren van een bepaalde standaardkwaliteit en in een bepaalde kwantiteit. De per tijdeenheid door het werktuig geleverde fysieke prestatie, m , is afhankelijk van de gebruiksduur van het werktuig, dus van t . In het algemeen zal ten gevolge van slijtage de omvang van de fysieke prestatie kwalitatief en kwantitatief afnemen. Aangenomen is dat kwalitatieve verschillen (meer uitval, onnauwkeuriger werken) op hoeveelheidsverschillen zijn te herleiden. Ook is m afhankelijk van λ en van de geplande $h(t)$. Derhalve: $m = m(\lambda, t)$.

We spreken hier over fysieke prestaties van het duurzame produktiemiddel, omdat wij het produkt voortgebracht denken door een combinatie van deze fysieke prestaties en fysieke komplementaire factoren. Het spreken over fysieke machineprestaties lijkt ons even gewettigd als het hanteren van het begrip fysieke arbeidsprestaties.

De fysieke prestaties hebben per (standaard-) eenheid een vervangingswaarde w , zodanig dat over de gehele levensduur, t_0 , geldt:

$$C(t_0, \lambda) = w \cdot \int_0^{t_0} m(t, \lambda) dt, \quad (1)$$

¹²⁾ Zie o.a. Dr. A. I. Diepenhorst: „Het element van onzekerheid in de bedrijfseconomische problematiek”, pag. 111 e.v., Amsterdam 1951.

aangenomen dat het causale verband tussen alle prestatie-eenheden en de vervangingswaarde $C(t, \lambda)$ dezelfde is en dat de residuwaarde bij afstoten nihil is. Is de residuwaarde niet nihil dan dient men C te zien als verschil tussen vervangingswaarde en residuwaarde. ¹³⁾

De aldus geformuleerde theorie verliest niet zijn waarde voor het oplossen van het afschrijvingsvraagstuk. Immers we gaan uit van het verloop van de (nauwkeurig gedefinieerde) prestatie-eenheden in de tijd. Het verschil tussen ons begrip prestatie-eenheid en het in de literatuur veelvuldig gehanteerde begrip werkeenheid ligt hierin dat onze prestatie-eenheid steeds eenzelfde nauwkeurig bepaalde dienst omvat. Op elk tijdstip kan een (al dan niet variërend) *aantal* fysieke prestatie-eenheden worden geleverd. Een werkeenheid omvat de prestatie van het werktuig per tijdeenheid en is niet een eenheidsmaatstaf. Een werkeenheid kan nl. in de tijd kleiner worden en omvat dan een variërend aantal prestatie-eenheden, terwijl de prestatie-eenheid constant blijft in de tijd maar het *aantal* ervan varieert in de tijd. Wanneer de afschrijvingsquote het verloop van de waarde der werkeenheden nauwkeurig moet volgen, impliceert dit, dat in onze terminologie de afschrijving gelijke tred houdt met de variatie van de waarde van het *aantal* prestatie-eenheden in de tijd.

$$\text{Uit (1) volgt } w = \frac{C(t_0, \lambda)}{\int_0^{t_0} m(t, \lambda) dt} \quad (2)$$

De kosten per eenheid produkt zijn opgebouwd uit de kosten van het duurzame produktiemiddel en de komplementaire kosten. De komplementaire kosten, k , zijn eveneens een funktie van λ en t , gegeven $h(t)$, derhalve $k = k(\lambda, t)$.

Over de gehele levensduur van het produktiemiddel, t_0 , is geproduceerd een hoeveelheid $\int_0^{t_0} h(t) dt$, in het vervolg afgekort als H_{0,t_0} , tegen de totale

kosten van $\int_0^{t_0} k(t, \lambda) dt + \int_0^{t_0} w.m. (t, \lambda) dt$.

$\int_0^{t_0} k(t, \lambda) dt$ zal voortaan worden aangeduid als K_{0,t_0} .

Zoals boven reeds is opgemerkt, wordt aangenomen dat het oorzakelijk verband tussen de totale kosten en elke eenheid produkt dezelfde is. Als wij de kosten per eenheid produkt aanduiden met v dan geldt:

$$v. H_{0,t_0} = K_{0,t_0} + \int_0^{t_0} w.m. (t, \lambda) dt . \quad (3)$$

Neem aan beide zijden de afgeleide, dan geldt voor elk moment:

$$v. h(t_0) = k(t_0, \lambda) + w.m(t_0, \lambda) \quad (4)$$

Uit (1) en (3) volgt:

$$v. H_{0,t_0} = K_{0,t_0} + C(t_0, \lambda) . \quad (5)$$

De opmerkelijke lezer zal zich kunnen afvragen of we hier niet een te omslachtige weg bewandelen, door eerst $C(\lambda, t)$ te verdelen over de $\int_0^{t_0} m(\lambda, t)$

¹³⁾ We hebben op elk moment prestaties $m(\lambda, t)$ nodig. Om deze prestaties te verkrijgen hebben we een duurzaam produktiemiddel aangeschaft, waarvan de vervangingswaarde $C(\lambda, t)$ bedraagt. We veronderstellen nu, dat elk van de prestatie-eenheden in gelijke mate verantwoordelijk is voor het offer C .

om dan in (5) toch weer uit te gaan van $C(\lambda, t)$.

Louter rekenkundig gezien is deze opmerking terecht.

Uit causaal economische overwegingen zijn we echter uitgegaan van de fysieke diensten van het duurzame produktiemiddel als bijdrage tot de produktieve combinatie ter voortbrenging van $h(t)$.

Niet $C(\lambda, t)$ is uitgangspunt maar de funktie $m(\lambda, t)$.

$$\text{Uit (5): } v = \frac{K_{0,t_0} + C(t_0, \lambda)}{H_{0,t_0}} \quad (6)$$

We zagen reeds eerder dat voor elke mogelijke λ een kostenfunctie is op te stellen (λ is geen kontinue variabele). Voor een gegeven λ en $h(t)$ is dan

$$v = \frac{K_{0,t_0} + C(t_0)}{H_{0,t_0}} \quad (7)$$

Als vervangingswaarde van het produkt kunnen we nu aanmerken de onder de optimale λ bereikbare minimale kosten, v_0 .

v_0 wordt bereikt als voldaan is aan $\frac{dv}{dt_0} = 0$.

$$\text{m.a.w. } \frac{H_{0,t_0} \cdot \left[k(t_0) + \frac{dC_0}{dt} \right] - h(t_0) \cdot [K_{0,t_0} + C(t_0)]}{H_{0,t_0}^2} = 0$$

waarbij $\frac{dC_0}{dt}$ is de waarde van $\frac{dC}{dt}$ bij $t = t_0$.

$$\begin{aligned} H_{0,t_0} \left[k(t_0) + \frac{dC_0}{dt} \right] &= h(t_0) \cdot [K_{0,t_0} + C(t_0)] \\ \therefore \frac{k(t_0) + \frac{dC_0}{dt}}{h(t_0)} &= \frac{K_{0,t_0} + C(t_0)}{H_{0,t_0}} \end{aligned} \quad (8)$$

oftewel: de kosten per eenheid produkt zijn minimaal wanneer de marginale kosten betrokken op de eenheid produkt gelijk zijn aan de gemiddelde kosten, eveneens betrokken op de eenheid produkt.

De in (8) geformuleerde stelling is dus de in de „unit-cost“-theorie naar voren gebrachte volgens welke de optimale gebruiksduur van een duurzaam produktiemiddel bereikt is wanneer de gemiddelde kosten per eenheid produkt minimaal zijn, d.w.z. wanneer marginale kosten = gemiddelde kosten (alles betrokken op de eenheid produkt).

DE THEORIE VAN J. L. MEY

Thans de theorie over de bepaling van de economische gebruiksduur, zoals uiteengezet door Prof. Dr. J. L. Mey, die weer gebaseerd is op de door Limperg in zijn colleges voorgedragen theorie.

Volgens J. L. Mey is de optimale gebruiksduur van een produktiemiddel bereikt wanneer zijn komplementaire kosten, eventueel vermeerderd met een amortisatiequote van de direkte opbrengstwaarde van het produktiemiddel, gelijk zijn aan de vervangingswaarde van het produkt. Op dat moment is de waarde van de werkeenheden, door de machines geleverd, nihil geworden. Hij toont vervolgens langs verbale weg aan, dat deze methode tot hetzelfde resultaat leidt als de methode van Taylor/Hotelling.¹⁴⁾ Wij zullen thans trachten dit bewijs wiskundig te verifiëren.

¹⁴⁾ J. L. Mey: Het vervangingsprobleem bij duurzame produktiemiddelen, blz. 39.

Bij de uit (8) berekende optimale gebruiksduur t_0 zijn de kosten per eenheid produkt minimaal, m.a.w.

$$v = v_0 \text{ bij } t_0.$$

v_0 is de vervangingswaarde van het produkt.

Wanneer nu $\frac{dC_0}{dt} = 0$ dan volgt uit (7), (8) en (9)

$$v_0 = \frac{k(t_0)}{h(t_0)} \quad \therefore \quad v_0 \cdot h(t_0) = k(t_0) \quad (10)$$

Uit (4) en (9) volgt:

$$v_0 \cdot h(t_0) = k(t_0) + w \cdot m(t_0) \quad (11)$$

$$\text{Uit (10) en (11) volgt } w \cdot m(t_0) = 0 \quad (12)$$

$$\text{waarbij men mag stellen dat } w > 0 \quad \therefore \quad m(t_0) = 0 \quad (12')$$

Uit (7), (8) en (12) blijkt dat bij de optimale gebruiksduur, t_0

1. de kosten per eenheid produkt minimaal zijn binnen het raam van de mogelijke kwantitatieve verhoudingen (λ) en dat

2. onder de veronderstelling $\frac{dC_0}{dt} = 0$ (d.w.z. de vervangingswaarde van het duurzame produktiemiddel blijft konstant in de periode rond t_0), de fysieke prestatie-eenheid nihil is geworden, wat neerkomt op het nihil worden van de waarde der werkeenheid.

Onder de veronderstelling $\frac{dC_0}{dt} = 0$ blijft de ondernemer dus door-producteren met een werktuig totdat de komplementaire kosten per eenheid produkt gelijk zijn geworden aan de vervangingswaarde per eenzelfde eenheid produkt.

Uit het bovenstaande blijkt derhalve inderdaad, dat de theorie van Mey tot dezelfde uitkomst leidt onder de veronderstelling dat $\frac{dC_0}{dt} = 0$, d.w.z. dat in de periode rond het moment van beëindiging van de optimale gebruiksduur de vervangingswaarde van het werktuig niet verandert. Laten wij deze veronderstelling vallen, dan blijkt dat een veranderde vervangingswaarde, of beter, een verwachting met betrekking tot een wijziging in de vervangingswaarde van het werktuig, de optimale gebruiksduur beïnvloedt. Het hangt van de richting van de verandering af, of de optimale gebruiksduur wordt verkort of verlengd, zoals gemakkelijk is na te gaan. Hierop gaan wij echter niet verder in. ¹⁵⁾

Technische en economische gebruiksduur

De gegeven wiskundige formulering geeft ten slotte nog aanleiding tot het maken van een opmerking over het onderscheid technische versus economische gebruiksduur. Hiertoe herhalen we nog eens (12): $w \cdot m(t_0) = 0$. Daarna werd gesteld $w > 0$, derhalve $m(t_0) = 0$, d.w.z. de fysieke prestatie is nihil geworden, omdat w , de vervangingswaarde van de prestatie-eenheid, altijd groter is dan nul. Is de fysieke prestatie van het werktuig

¹⁵⁾ De hier gegeven uiteenzetting leent zich overigens uitstekend voor een uitbouw van de theorie in deze richting. Uitvoeriger wordt op deze materie ingegaan in het binnenkort te verschijnen werk:

Replacement Policy, Volume III, Studies in Industrial Economics. Editors: J. L. Mey, E. M. Hugh-Jones, John Perry Miller, Amsterdam; Noord-Hollandse Uitgevers Mij.

$m(t)$ m.b.t. de vereiste $h(t)$ nihil geworden, dan is de technische levensduur, zoals die in de gebruikelijke terminologie wordt gebezigd, verstreken. Onze formulering laat zien dat de begrippen technische en economische „levens”-duur onder de gemaakte veronderstellingen identiek zijn. De technische levensduur is gedefinieerd als de periode waarin het werktuig de fysieke prestaties van een welomschreven hoedanigheid kan leveren waarvoor het is aangeschaft in een hoeveelheid die nodig is om de gewenste produktie-omvang te bereiken.¹⁶⁾ De prestaties $m(t)$ die wij nodig hebben, worden op het tijdstip t_0 niet meer geleverd: $m(t_0) = 0$. Wanneer $m(t_0) = 0$ wil dat zeggen dat het werktuig in samenwerking met de komplementaire factoren, nog wel een produkt kan geven dat aan de gestelde kwalitatieve en kwantitatieve eisen voldoet, maar dat het duurzame produktiemiddel geen enkele waarde meer toevoegt aan dit produkt en - als $m(t_0) < 0$ - zelfs waarde vernietigt, een „ondienst” bewijst.

Dit moge op het eerste gezicht een irreële voorstelling van zaken lijken maar men diene wel te bedenken, dat een machine, op zichzelf, nimmer een „produkt” kan leveren. Een produkt ontstaat slechts door samenwerking van een aantal produktiemiddelen. Slechts door een waardevermeerderend aandeel te hebben in deze combinatie van produktiemiddelen levert de machine een dienst. De dienst van de machine is geëindigd zodra deze leidt tot „vernietiging” van komplementaire factoren, d.w.z. zodra $m(t_0) \leq 0$. Zowel de subjectieve gebruikswaarde als ook de vervangingswaarde van de *in feite door het werktuig te leveren prestatie* zijn dan nihil geworden. De uitleg die wij hier aan de gebruikelijke definitie van de technische levensduur hebben gegeven, verschilt van de in de literatuur aan te treffen beschouwingen die de technische levensduur geëindigd zien wanneer *de combinatie van produktiemiddelen als geheel* niet meer in staat is een *produkt* te leveren dat kwalitatief (qua precisie, uitval) of kwantitatief (bv. in het kader van een lopende band) aan de eisen voldoet. In deze beschouwingswijze kan de technische gebruiksduur wel langer zijn dan de economische, wat in het kader van onze analyse en definities onmogelijk is.

Rijst thans de vraag onder welke voorwaarden het wel zin heeft te spreken van technische levensduur als zelfstandig begrip naast de economische levensduur.

In het voorgaande zijn we van de stilzwijgende veronderstelling uitgegaan dat de komplementaire factoren en de diensten van het duurzame produktiemiddel volledig voor elkaar zijn te substitueren. Dit had tot gevolg dat wij ter bereiking van de gewenste hoeveelheid $h(t)$ met een zeer minieme hoeveelheid diensten $m(t)$ konden volstaan. Wij konden blijven produceren tot de fysieke dienst $m(t)$ en daardoor ook de waarde der „werkeenheden” gelijk nihil was geworden.

Stel nu dat de komplementaire factoren en de diensten van het duurzame produktiemiddel *niet* volledig substitueerbaar zijn, dan *kan* zich het geval voordoen dat ongeacht de hoogte van $k(t)$ de omvang van $m(t)$ op een bepaald moment, stel T , niet meer toereikend is om de *vereiste $h(t)$* voort te brengen. De technische gebruiksduur van het werktuig, krachtens de voorgaande definitie, is dan verstreken.

Evenwel is $m(t) > 0$. Het werktuig is nog wel in staat diensten te leveren in een produktieve combinatie met komplementaire factoren, echter niet

¹⁶⁾ De definiëring van de technische levensduur als periode waarin het werktuig tot enigerlei prestatie in staat is, is volkomen onbepaald en laten we zonder meer voor onze economische problematiek buiten beschouwing. De in de tekst vermelde definitie is te vinden bij J. L. Mey: Het vervangingsprobleem bij duurzame produktiemiddelen, blz. 6.

meer ter bereiking van de vereiste $h(t)$. Voor de betrokken afdeling van de beschouwde bedrijfshuishouding is de subjectieve gebruikswaarde van het werktuig nihil geworden. Iets anders is te stellen dat de vervangingswaarde nihil zou zijn geworden. Deze zal zeer zeker nog groter dan nul zijn ($w > 0$) zolang de prestaties van de welomschreven hoedanigheid nog worden geleverd.

In een andere aanwendingsrichting zal het werktuig hoogstwaarschijnlijk nog zijn te gebruiken; dit zal worden weerspiegeld in een residuwaarde R , die we afhankelijk stellen van de reeds met het werktuig voortgebrachte

hoeveelheid, $\int_0^T h(t)dt$ en de tijd (t) als zodanig, dus $R = R(h(t), t)$:

$R(t)$. We hebben $R(t)$ reeds verdisconteerd in $C(t)$, zie pag. 350.

We zien dat de *subjectieve gebruikswaarde* van de diensten van het werktuig op tijdstip T nihil is geworden. De *vervangingswaarde* $w.m(t)$ evenwel is groter dan nul.

Aannemelijk is te stellen dat met het verstrijken van de technische gebruiksduur ook de economische is geëigend. Wanneer wordt gesteld dat de economische gebruiksduur is geëindigd wanneer de waarde van de werkeenheden gelijk nihil is geworden doelt men dus kennelijk op de gebruikswaarde. Door dit zo te stellen loopt men echter het gevaar in een cirkelredenering te vervallen. Immers de gebruikswaarde der diensten van het duurzame produktiemiddel wordt afgeleid van de vervangingswaarde van de geproduceerde hoeveelheid produkt en komplementaire kosten, terwijl aan de andere kant de vervangingswaarde van het produkt wordt afgeleid o.a. uit de waarde van de werkeenheden.

Naar onze mening is het dus zinvol de economische levensduur te definiëren als de periode waarover de gemiddelde kosten van het produkt worden geminimaliseerd. We zullen moeten aantonen dat dit het geval is.

Op T geldt: $v.h(T) = k(T) + w.m(T)$, zie (4), $w.m(T) > 0 \dots$

$$\frac{k(T)}{h(T)} < v(t).$$

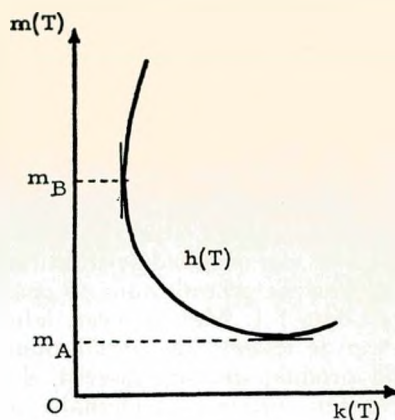
Het punt waarbij de hypothetische absolute minimale kosten zouden kunnen worden verkregen waarbij $\frac{k(t)}{h(t)} = v(t)$, is nog niet bereikt. v daalt

nog steeds. Op het moment T , waarop niet-volledige-substitueerbaarheid merkbaar wordt, is derhalve $v(T)$ in het kader van de technische mogelijkheden minimaal geworden. Ook in het geval van onvolledige substitueerbaarheid eindigen dus technische en economische gebruiksduur op hetzelfde moment.

Het verschil met het geval van volledige substitueerbaarheid is, dat bij onvolledige substitueerbaarheid de technische mogelijkheden bepalend zijn voor de optimale gebruiksduur van het duurzame produktiemiddel. De term technische gebruiksduur is in dit geval dus wel zinvol, indien tenminste gebruikt in de betekenis, die wij er in het voorgaande, voortbouwend op J. L. Mey, aan hebben gegeven.¹⁷⁾ Mey is terecht van mening, dat de onvolledige substitueerbaarheid het in de praktijk meest voorkomende geval is.

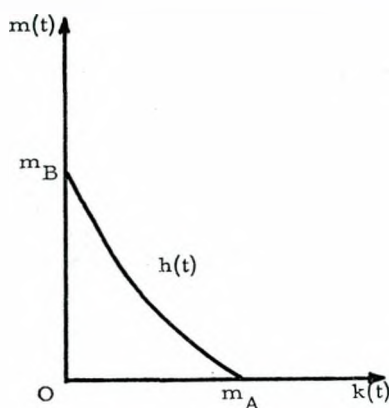
Grafisch kunnen we de hier geschetste situatie van onvolledige substitueerbaarheid als volgt uitbeelden:

¹⁷⁾ Zie J. L. Mey: Het vervangingsprobleem bij duurzame produktiemiddelen. blz. 6 e.v.



In het assenstelsel is verticaal $m(T)$ en horizontaal $k(T)$ afgezet. De getrokken kromme geeft de verschillende combinaties van $m(T)$ en $k(T)$ die nodig zijn ter bereiking van $h(T)$; zolang $m(T) > m_A$ is $h(T)$ bereikbaar. Daalt $m(T)$ echter beneden m_A , dan kan men ongeacht de omvang van $k(T)$ aan de gestelde eis $h(T)$ niet meer voldoen.

Volledigheidshalve is in figuur 2 het geval volledige substitueerbaarheid van $m(t)$ en $k(t)$ uitgebeeld.



m_A is hier gelijk nul zodat we met het werktuig kunnen blijven doorwerken tot $m(t) = 0$ geworden.

Samenvattend kunnen we stellen:

1. Het begrip economische gebruiksduur kan zinvol worden gedefinieerd als de periode waarover de gemiddelde kosten per eenheid produkt - gerekend over alle gedurende deze periode geproduceerde eenheden produkt - minimaal zijn.
2. De gangbare definitie van de economische gebruiksduur - d.w.z. waarbij als criterium voor de beëindiging het waardeloos worden van werkeenheden ¹⁾ wordt aangenomen - geldt slechts onder de volgende twee voorwaarden:

¹⁾ D.w.z. de vervangingswaarde is nihil geworden. De onjuistheid van het hanteren van het begrip gebruikswaarde in dit verband is reeds aangetoond.

- a. de vervangingswaarde van het duurzame produktiemiddel (c.q. het verschil tussen vervangingswaarde en residuwaarde) blijft constant;
 - b. er moet sprake zijn van volledige substitueerbaarheid van de prestaties van het duurzame produktiemiddel en de komplementaire factoren.
3. In het geval van volledige substitueerbaarheid zijn technische en economische gebruiksduur identieke begrippen. In dit geval zou men kunnen spreken van gebruiksduur zonder meer.
 4. In het realistischere geval van onvolledige substitueerbaarheid heeft het wel zin het begrip technische gebruiksduur als apart begrip te hanteren, maar dan volgens de door J. L. Mey gegeven definitie. In dit geval zijn met het eindigen van de technische gebruiksduur ook de gemiddelde kosten per eenheid produkt geminimaliseerd, d.w.z. de economische gebruiksduur is eveneens verstreken. Derhalve is ook hier de onderscheiding niet principieel.
-