DE WAARDE VAN INFORMATIE

door Drs. K. Boskma en Drs. H. J. J. Bronsema¹)

Inleiding

In de bedrijfseconomie wordt veel aandacht geschonken aan de analyse van beslissingsregels. Een beslissingsregel specificeert de wijze waarop een beslissing wordt of zal worden genomen en omschrijft welke gegevens daartoe nodig zijn. Ook het vraagstuk van de hoeveelheid in te winnen gegevens is op zich weer een beslissingsvraagstuk. In dit artikel zal een - in de gespecialiseerde literatuur overigens bekende - methode worden besproken om de waarde van in te winnen additionele gegevens te bepalen.

Beslissen en informatie

Het toepassen van een beslissingsregel leidt tot een beslissing die, tot uitvoering gebracht, een bepaalde uitkomst zal opleveren. De feitelijke uitkomst kan van de gewenste uitkomst afwijken door twee categorieën van oorzaken.

Enerzijds kunnen verschillen ontstaan doordat de gebruikte beslissingsregel niet goed is. Het kan zijn dat de beslissingsregel de invloed van een variabele op de uitkomst slechts gebrekkig weergeeft of ten onrechte variabelen buiten beschouwing laat. Anderzijds kunnen de gegevens met toevallige verstoringen behept zijn, hetgeen onvermijdbaar is. Naarmate men er beter in slaagt om relevante variabelen op de juiste wijze in de beslissingsregel op te nemen, valt te verwachten dat de uitkomst van de beslissingsregel beter aan het gestelde doel zal beantwoorden (b.v. hogere verwachte winst).

Het opnemen van een groter aantal variabelen in de beslissingsregel en het beter specificeren van de parameters vereist echter meer gegevens²). De beslisser wordt dus eerst voor de vraag gesteld of de kosten verbonden aan het verwerven van deze extra gegevens wel zullen worden goedgeмаakt door de betere uitkomst van de beslissingsregel. Dit afwegingsvraagstuk kan systematisch in de besluitvorming worden opgenomen met behulp van de hierna te bespreken Bayesiaanse decisie-analyse.

Voorwaardelijke waarschijnlijkheden

Het uitgangspunt van de Bayesiaanse decisie-analyse ligt in het begrip voorwaardelijke waarschijnlijkheid, dat als volgt wordt gedefinieerd. Voor twee niet onafhankelijke gebeurtenissen A en K geldt dat de kans op het gezamenlijk optreden van A en K gelijk is aan de kans op K onder voorwaarde dat A is opgetreden maal de kans op A.

$$(1) \quad P(AK) = P(K/A) \cdot P(A) = P(A/K) \cdot P(K)$$

1) De auteurs zijn werkzaam bij de Economische Faculteit van de Rijksuniversiteit te Groningen, afdeling Bedrijfseconomie.

2) In de hier gebruikte betekenis vormen gegevens informatie, indien kan worden aangegeven dat zij betekenis hebben bij het nastreven van de doelstelling.

waarin geldt $P(AK)$ = de kans op het gezamenlijk optreden van de gebeurtenissen A en K,
 waarin geldt $P(K/A)$ = de kans op het optreden van K, gegeven dat A is opgetreden,
 waarin geldt $P(A/K)$ = de kans op het optreden van A, gegeven dat K is opgetreden,
 waarin geldt $P(K), P(A)$ = de kans op gebeurtenis K resp. op gebeurtenis A.
 Uit (1) volgt dat de voorwaardelijke waarschijnlijkheid kan worden gevonden als:

$$(2a) \quad P(K/A) = \frac{P(AK)}{P(A)}$$

$$(2b) \quad P(A/K) = \frac{P(AK)}{P(K)}$$

In het eenvoudigste geval waarin zowel voor gebeurtenis A als voor gebeurtenis K slechts twee klassen of categorieën van uitkomsten worden onderscheiden, kan het begrip voorwaardelijke waarschijnlijkheid worden toegelicht met behulp van fig. 1.

Stellen wij de kans op het optreden van een gebeurtenis A van de klasse A_1 op 0,8, dus $P(A_1) = 0,8$, dan geldt $P(A_2) = 1,0 - P(A_1) = 0,2$. Deze kansen kunnen worden weergegeven door oppervlakken in een figuur, die op de beide assen een schaalverdeling heeft, lopend van 0 tot 1,0. In figuur 1 zijn $P(A_1) = 0,8$ en $P(A_2) = 0,2$ op de horizontale as (de X-as) uitgezet. Vanwege de lengte 1,0 van de Y-as korresponderen de oppervlakken in figuur 1 eveneens met de gestelde grootte van de kans op A_1 resp. A_2 .

figuur 1. Grafische toelichting op voorwaardelijke waarschijnlijkheden

Stel verder dat de kans op het optreden van de gebeurtenis K , die eveneens uit twee klassen van uitkomsten (nl. K_1 en K_2) bestaat, niet onafhankelijk is van gebeurtenis A doch dat geldt

$$P(K_1/A_1) = 0,6 \quad \text{en} \quad P(K_1/A_2) = 0,4$$

De kans op gebeurtenis K kan worden afgezet op de vertikale as van figuur 1, waarbij de kans op K_1 gelijk 0,6 moet zijn voor het stuk van de X -as dat hoort bij het optreden van gebeurtenis A_1 en 0,4 voor dat van A_2 .

De kans dat een gebeurtenis K behoort tot de klasse K_1 is volgens (2), in aanmerking nemend dat K_1 kan optreden met A_1 of met A_2

$$P(K_1) = P(K_1/A_1) \cdot P(A_1) + P(K_1/A_2) \cdot P(A_2) = P(K_1 A_1) + P(K_1 A_2) = \\ 0,6 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,48 + 0,08 = 0,56$$

De oppervlakken die in figuur 1 met deze kansen op het optreden van de gebeurtenissen K_1 én A_1 resp. K_1 én A_2 overeenkomen, zijn gearceerd.

De voorwaardelijke waarschijnlijkheid van K_1 gegeven A_1 is in figuur 1 de verhouding tussen twee oppervlakken.

$$\begin{aligned} 3) \quad P(K_1/A_1) &= \frac{\text{oppervlakte overeenkomend met gebeurtenis } K_1 \text{ en } A_1}{\text{oppervlakte overeenkomend met gebeurtenis } A_1} = \frac{P(A_1 K_1)}{P(A_1)} = \\ &= \frac{0,6 \cdot 0,8}{1,0 \cdot 0,8} = \frac{0,48}{0,8} = 0,60 \end{aligned}$$

De kans op K_1 valt in figuur 1 af te lezen als

$$P(K_1) = \frac{\text{gearceerde oppervlakte}}{\text{totale oppervlakte}} = \frac{0,6 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,2}{1,0 \cdot 1,0} = \frac{0,56}{1,0} = 0,56$$

Stel dat de klassen A_1 en A_2 van gebeurtenis A categorieën van mogelijke afnemers naar verwachte winst per afnemer weergeven en dat de klassen van K betrekking hebben op kenmerken van potentiële afnemers³). Over deze kenmerken van potentiële afnemers zouden gegevens kunnen worden verzameld, hetgeen echter kosten meebrengt. De vraag is nu in hoeverre uit gevonden kenmerken van een potentiële afnemer gevolgtrekkingen kunnen worden gemaakt omtrent de kans dat deze afnemer tot klasse A_1 of A_2 behoort.

Dit is de vraag naar de voorwaardelijke waarschijnlijkheden

$$P(A_1/K_1) \quad \text{en} \quad P(A_2/K_1)$$

en soortgelijke uitdrukkingen bij kenmerkenklasse K_2 .

Om de betekenis van deze vraag te doorzien, letten wij opnieuw op de gearceerde oppervlakte in figuur 1, die de kans op K_1 voorstelt. Omdat een veel groter deel van de gearceerde oppervlakte samenvalt met de oppervlakte die de kans op A_1 voorstelt dan met die van A_2 moet, gegeven dat K_1 is opgetreden, de kans op A_1 groter zijn dan die op A_2 . Uit figuur 1 kan worden afgelezen:

3) Verondersteld wordt dat de afnemers met zekerheid tot klasse A_1 of klasse A_2 behoren en dat omtrent de kenmerken steekproefgegevens kunnen worden verkregen.

$$(4) \quad P(A_1/K_1) = \frac{\text{gearceerde oppervlakte overeenkomend met } P(A_1)}{\text{totale gearceerde oppervlakte}} =$$

$$= \frac{P(A_1 K_1)}{P(K_1)} = \frac{0,6 \cdot 0,8}{0,56} = \frac{0,48}{0,56} = 0,86$$

$$P(A_2/K_1) = \frac{\text{gearceerde oppervlakte overeenkomend met } P(A_2)}{\text{totale gearceerde oppervlakte}} =$$

$$= \frac{P(A_2 K_1)}{P(K_1)} = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,56} = \frac{0,08}{0,56} = 0,14$$

Men kan de berekening van de voorwaardelijke waarschijnlijkheden uitgaande van gegeven klasse van A resp. van K in figuur 1 als volgt voorstellen. In het eerste geval komt men figuur 1 van beneden af binnen (dus loodrecht op de X-as) en gaat na welk gedeelte van het oppervlak bij de gekozen klasse van A (b.v. A_1) gearceerd is. In het tweede geval komt men figuur 1 vanaf links binnen en vraagt zich af welk gedeelte van de bij de gekozen klasse van K behorende oppervlakte (bij K_1 dus de gearceerde oppervlakte) samenvalt met een bepaalde klasse A (b.v. met A_1). De beide benaderingen komen overeen met resp. (2a) en (2b).

Bayesiaanse decisie-analyse

De kansberekening waarbij, gegeven $P(K_i/A_j)$ en $P(A_j)$, over een eenheid die tot de klasse K_i behoort, een uitspraak wordt gedaan omtrent de kans dat de desbetreffende eenheid tot een bepaalde categorie A_j zal behoren, wordt algemeen geformuleerd in de *regel van BAYES*, die direkt volgt uit (2a) en (2b).

$$(5) \quad P(A_j/K_i) = \frac{P(K_i/A_j) \cdot P(A_j)}{P(K_i)}$$

waarin

$i = 1, 2, \dots, m.$

$j = 1, 2, \dots, n.$

$$(6) \quad P(K_i) = \sum_{j=1}^n P(K_i/A_j) \cdot P(A_j)$$

De waarschijnlijkheden van de verschillende uitkomsten waarover men vóór het beschikbaar komen van de extra informatie beschikt, hier $P(A_1)$, $P(A_2)$, $\dots$, $P(A_n)$, worden a priori waarschijnlijkheden genoemd. De waarschijnlijkheden, waarover men na de informatie-inwinning kan beschikken, in dit geval $P(A_1/K_i)$, $P(A_2/K_i)$, $\dots$, $P(A_n/K_i)$, worden als a posteriori waarschijnlijkheden aangeduid. De extra gegevens leveren de informatie $P(K_i/A_j)$.

Een kenmerk van de Bayesiaanse decisie-analyse is dat alle informatie via

de berekening van $\hat{a}$ posteriori waarschijnlijkheden wordt betrokken in de beslissing of voor de uiteindelijk te volgen strategie wel of niet meer gegevens zullen worden verzameld.

Eenvoudigheidshalve nemen wij als doelstelling maximalisatie van de verwachte winst aan.

De waardebepaling van aanvullende gegevens met behulp van de Bayesiaanse analyse verloopt als volgt.

Er wordt een vergelijking gemaakt tussen de verwachte winst ${}^0E(W)$, bepaald op basis van de informatie die in de uitgangssituatie gegeven is, en de verwachte winst ${}^1E(W)$ die behaald kan worden als gebruik wordt gemaakt van additionele informatie.

Zonder de additionele informatie zijn de gegevens in de uitgangssituatie de $\hat{a}$ priori waarschijnlijkheden $P(A_j)$, voorstellend b.v. de kans dat potentiële afnemers tot een bepaalde klasse A_j behoren en de winst W_{A_j} bij die klasse A_j , indien alle afnemers op een bepaalde manier (genoemd de handeling C_1) benaderd worden. De $\hat{a}$ priori verwachte winst ${}^0E(W)$ wordt gevonden door voor elke A_j de winst W_{A_j} te vermenigvuldigen met de $\hat{a}$ priori waarschijnlijkheid $P(A_j)$ en dan over alle klassen A_j te sommeren.

$$(7) \quad {}^0E(W) = \sum_{j=1}^n P(A_j) \cdot W_{A_j}$$

Om de berekening met het cijfervoorbeeld te kunnen verduidelijken nemen we aan dat, indien alle potentiële afnemers worden benaderd (handeling C_1), de winst per mogelijke afnemer van klasse A_1 resp. klasse A_2 -2 resp. 10 geldeenheden bedraagt. In het cijfervoorbeeld is de $\hat{a}$ priori verwachte winst dan volgens vergelijking (7)

$${}^0E(W) = P(A_1)W_{A_1} + P(A_2)W_{A_2} = 0,8(-2) + 0,2 \cdot 10 = 0,4$$

Het is ook mogelijk om de potentiële afnemers helemaal niet te benaderen (handeling C_2), waardoor naar we aannemen, zowel de kosten als de winst voor alle klassen A_j nihil zullen zijn, zodat dan de $\hat{a}$ priori verwachte winst gelijk is aan nul. De beste handeling is dus alle afnemers te benaderen (= handeling C_1).

Een betere strategie zou echter kunnen zijn om niet alle potentiële afnemers te benaderen, maar dit voor bepaalde groepen, waarvoor een verlies wordt verwacht, na te laten.

De additionele gegevens zijn nodig om juist op dit punt informatie te verkrijgen. De potentiële afnemers zouden moeten worden ingedeeld naar kenmerken K_i en de kansen $P(K_i/A_j)$ zouden moeten worden bepaald.

In de eerste fase van de analyse, de zogenaamde *posteriori analyse*, wordt met de *a posteriori* waarschijnlijkheden $P(A_j/K_i)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) voor elke K_i ($i = 1, 2, \dots, m$) de verwachte winst berekend. Deze *a posteriori* verwachte winst, hier gedefinieerd zonder de kosten van additionele informatie, is voor de categorie K_i

$$(8) \quad {}^1E(W_{K_i}) = \sum_{j=1}^n P(A_j/K_i) \cdot W_{A_j} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

De winst ${}^1E(W_{K_i})$ wordt berekend voor elke mogelijke handeling (C_1 of C_2). Daarna moet dan de keuze worden gemaakt: de groep potentiële afnemers met kenmerk K_i wel (C_1) of niet (C_2) te benaderen.

Het cijfervoorbeeld geeft voor K_1

$$1 \quad {}^1E(W_{K_1}) = 0,86 \cdot (-2) + 0,14 \cdot 10 = -0,32 \text{ bij } C_1$$

$${}^1E(W_{K_1}) = 0,86 \cdot (0) + 0,14 \cdot 0 = 0 \text{ bij } C_2$$

Voor K_2 wordt gevonden ${}^1E(W_{K_2}) = 0,72 \cdot (-2) + 0,27 \cdot 10 = + 1,26$ bij C_1

en ${}^1E(W_{K_2}) = 0$ bij C_2

Bij de gegeven doelstelling zouden potentiële afnemers met kenmerk K_2 dus wel benaderd worden, die met K_1 niet.

In het bovenstaande is nog geen rekening gehouden met de frekwentie waarin de kenmerken K_i optreden. Dit gebeurt in de *préposteriori analyse*, waarin uit de boven bij de beste handeling gevonden verwachte waarden bij de kenmerken K_i met de waarschijnlijkheden $P(K_i)$ de verwachte winst voor de gehele strategie wordt bepaald:

$$(9) \quad {}^1E(W) = \sum_{i=1}^m P(K_i) \cdot {}^1E(W_{K_i})$$

In het voorbeeld vinden wij ${}^1E(W) = 0,56 \cdot 0 + 0,44 \cdot 1,24 = 0,5456$

De beslissingsregel omtrent het wel of niet inwinnen van additionele gegevens voor de uiteindelijk te volgen strategie kan nu bestaan uit een vergelijking van de verwachte winst van de totale strategie met de additionele gege-

vens en die *zonder* deze extra gegevens. Het verschil in verwachte winst tussen beide strategieën wordt vergeleken met de kosten van de additionele gegevens.

De beslissingsregel wordt als volgt:

(10) indien ${}^1 E(W) - {}^0 E(W) > C(\text{inf})$

neem de extra gegevens voor de uitvoering van de strategie

indien ${}^1 E(W) - {}^0 E(W) \leq C(\text{inf})$

neem de extra gegevens niet

Hierin is $C(\text{inf})$ = totale kosten van de additionele gegevens per potentiële afnemer.

Een overzicht van de analyse wordt gegeven in het nevenstaande stroomdiagram (zie blz. 319).

De bovenbeschreven werkwijze van het afwegen van extra verwachte winst tegen de kosten van nieuwe gegevens, zoals gegeven in (10), kan voor elke mogelijkheid tot informatiever verkrijging worden toegepast.

Het inwinnen van gegevens kan stap voor stap plaats vinden en de beslissingsregel (10) geeft dan de waardebeoordeling van elk deel der gegevens aan. De beschreven analyse kan een instrument vormen om de optimale hoeveelheid gegevens voor de te volgen strategie te bepalen.

In het volgende zal de toepassing van de Bayesiaanse decisieanalyse nader worden besproken aan de hand van een eenvoudig voorbeeld uit de marketing.

Een voorbeeld omtrent de waardebeoordeling van informatie

Een onderneming die o.a. rechtstreeks aan particulieren bloembollen verkoopt, gebruikt daarbij als offerte een fraaie vrij kostbare catalogus, die aan bepaalde adressen wordt toegezonden. Uit recente ervaringen is gebleken dat 80% van de adressen een verlies oplevert van 2 gulden per adres (kosten catalogus, porto, e.d.) en 20% een winst van gemiddeld 10 gulden per adres. Zonder offerte zal niets aan deze adressen worden verkocht. Voor een bepaalde verkoopactie heeft de onderneming de keuze uit de volgende alternatieven.

- 1 Zonder verdere informatie omtrent de adressen in te winnen, de catalogi toezendend aan alle adressen uit de lijst zoals in het verleden werd gedaan, of geen catalogi verzenden.
- 2 Nadere informatie omtrent kenmerken der adressen inwinnen. Een reclamebureau biedt aan bepaalde, nader te bespreken, gegevens te verschaffen à f 0,45 per adres. Om de onderneming in staat te stellen de waarde van deze gegevens te beoordelen is het reclamebureau bereid de bedoelde gegevens gratis ter beschikking te stellen voor een steekproef van adressen die bij een vorige verkoopactie verliesgevend resp. winstgevend waren. Aangenomen wordt dat de verdeling van kenmerken in de steekproef gelijk is aan die in de populatie.

figuur 2

Stroomdiagram van de bepaling van de waarde van additionele gegevens

Berekening van de verwachte winst bij alternatief 1

De relatieve frekwenties van resp. 0,8 en 0,2 van de verliesgevende resp. winstgevende adressen worden als *à priori* waarschijnlijkheden beschouwd. Voor de handelingen van wel of niet een catalogus sturen kan de *à priori* verwachte winst per adres als volgt worden gevonden.

Tabel 1. Berekening van de *à priori* verwachte winst (per adres)

handeling	verlies gevend adres, A_1 in gld.	winst gevend adres, A_2 in gld.	<i>à priori</i> kansen $P(A_1)P(A_2)$	verwachte winst $E(W_1)$
C_1 , catalogus sturen	-2	+ 10	0,8 0,2	+ 0,4
C_2 , geen cata- logus sturen	0	0	0,8 0,2	0

Ondanks de lage respons levert de toezending van catalogi toch een positieve verwachte winst op.

Berekening van de verwachte winst bij alternatief 2

De verwachte winst van een strategie van gerichte toezending van catalogi op basis van waargenomen kenmerken der adressen kan worden gevonden uit de aangeboden steekproefinformatie. Dit impliceert de veronderstelling dat de bij een vorige verkoopactie opgetreden relatie tussen kenmerken van een adres en de kans dat dit adres in een klasse A_j valt ook bij de eerstvolgende verkoopactie zal gelden. Indien de desbetreffende relatie als oorzakelijk mag worden beschouwd, is dit een verantwoorde aanname. Een aselechte steekproef uit de adressencategorieën A_1 en A_2 levert een frekwentieverdeling van kenmerkencombinaties gegeven in tabel 2.

De aangeboden informatie bestaat uit drie goed gedefinieerde kenmerken van een adres:

k_1 : Men onderhoudt zelf de siertuin (codecijfer 1) of laat dit doen (code 0);

k_2 : Men heeft een grote (= 1) of kleine (= 0) siertuin;

k_3 : Men bewoont een eigen huis (= 1) of een huurhuis (= 0).

Tabel 2 Relatieve frekwentie van kenmerkencombinaties binnen adressen-categorieën.

K_i k Kenmerken code	k_1 (1= zelf onderhouden)	k_2 (1= grote tuin)	k_3 (1= eigen huis)	relatieve A_1	frekwentie A_2
1	1	1	1	0,043	0,262
2	1	1	0	0,067	0,200
3	1	0	1	0,113	0,169
4	1	0	0	0,180	0,091
5	0	1	1	0,170	0,109
6	0	1	0	0,100	0,077
7	0	0	1	0,137	0,061
8	0	0	0	0,190	0,031
				1,000	1,000

Om te beoordelen of het aantrekkelijk is de informatie omtrent de kenmerken k_1 t/m k_3 te kopen als basis voor een gerichte verzending van catalogi wordt de verwachte winst na het beschikbaar zijn van de informatie ($^1 E(W_{K_i})$) berekend. Daartoe moeten eerst de a posteriori waarschijnlijkheden $P(A_i/K_i)$ worden berekend, hetgeen wordt gedemonstreerd in de volgende tabel.

Tabel 3. Berekening van a posteriori waarschijnlijkheden

Kenmerken combinatie	waarschijnlijkheid van optreden van A_j en K_i		marginale waarschijn- lijkheid $P(K_i)$ (1) + (2) = (3)	a posteriori waar- schijnlijkheid	
	$P(K_i/A_1) \cdot P(A_1)$ (1)	$P(K_i/A_2) \cdot P(A_2)$ (2)		$P(A_1/K_i)$ (4)	$P(A_2/K_i)$ (5)
K_1	$0,043 \cdot 0,8 = 0,0344$	$0,262 \cdot 0,2 = 0,0524$	0,0868	0,3963	0,6037
K_2	$0,067 \cdot 0,8 = 0,0536$	$0,200 \cdot 0,2 = 0,0400$	0,0936	0,5726	0,4274
K_3	$0,113 \cdot 0,8 = 0,0904$	$0,169 \cdot 0,2 = 0,0338$	0,1242	0,7278	0,2722
K_4	$0,180 \cdot 0,8 = 0,1440$	$0,091 \cdot 0,2 = 0,0182$	0,1622	0,8877	0,1123
K_5	$0,170 \cdot 0,8 = 0,1360$	$0,109 \cdot 0,2 = 0,0218$	0,1578	0,8618	0,1382
K_6	$0,100 \cdot 0,8 = 0,0800$	$0,077 \cdot 0,2 = 0,0154$	0,0954	0,8386	0,1614
K_7	$0,137 \cdot 0,8 = 0,1096$	$0,061 \cdot 0,2 = 0,0122$	0,1218	0,8998	0,1002
K_8	$0,190 \cdot 0,8 = 0,1520$	$0,031 \cdot 0,2 = 0,0062$	0,1582	0,9608	0,0392
som	0,8000	0,2000	1,0000		

In kolom (3) is de kans op het optreden van een kenmerkencombinatie K_i berekend als $P(K_i)$ in vergelijking (6).

De kans dat een adres uit de lijst tot de categorie A_1 behoort, gegeven dat het de kenmerkencombinatie K_i heeft, is berekend volgens het theorema van BAYES (zie vergelijking (5)).

De verwachte winst is, gegeven K_i , te vinden uit vergelijking (8).

In het geval van K_1 verloopt de berekening van de $\hat{a}$ posteriori waarschijnlijkheden en de verwachte winst als volgt:

$$P(A_1 / K_1) = \frac{0,0344}{0,0868} = 0,3963 \qquad P(A_2 / K_1) = \frac{0,0524}{0,0868} = 0,6037$$

$$^1 E(W_{K_1}) = 0,3963 \cdot (-2) + 0,6037 \cdot (+10) = 5,244$$

Op de beschreven wijze kan voor elke kenmerkencombinatie K_i ($i = 1, 2 \dots, 8$) de verwachte winst van de adressen worden berekend voor het geval een catalogus wordt gestuurd (handeling C_1) of niet wordt gestuurd (C_2). De uitkomsten hiervan staan in kolom (1) van tabel 4. De op grond van kolom (1) als beste beoordeelde handeling staat in kolom (2). De verwachte winst bij de beste handeling wordt gegeven in kolom (3). Om de verwachte totale winst te vinden moet nog de frekwentie van voorkomen van de kenmerkencombinaties in de beschouwing worden betrokken (kolommen (4) en (5)).

Tabel 4. Berekening van de verwachte winst met $\hat{a}$ posteriori waarschijnlijkheden.

kenmerken- combinatie	verwachte winst $^1 E(W_{K_i})$ bij C_1 bij C_2 (1)	beste handeling (2)	verwachte winst bij (2) (3)	kans op kenmerken patroon K_i , $P(K_i)$ (4)	verwachte totale winst (5)
K_1	5,244 0	C_1	5,244	0,0868	0,455
K_2	3,129 0	C_1	3,129	0,0936	0,293
K_3	1,267 0	C_1	1,267	0,1242	0,157
K_4	- 0,652 0	C_2	0	0,1622	0
K_5	- 0,342 0	C_2	0	0,1578	0
K_6	- 0,063 0	C_2	0	0,0954	0
K_7	- 0,079 0	C_2	0	0,1218	0
K_8	- 1,532 0	C_2	0	0,1582	0
					$+\frac{0}{0,905}$

De som van de getallen in kolom (5), dat is de verwachte winst van de totale strategie $^1 E(W)$, wordt gevonden volgens vergelijking (9).

Dit is dus de verwachte winst per adres bij een gerichte toezending van catalogi (n.l. toezending aan adressen met kenmerkencombinaties K_1 t/m K_3).

Met toepassing van beslissingsregel (10) kunnen nu de alternatieven 1 en 2 worden vergeleken, rekening houdend met de kosten van de informatie bij gerichte toezending van catalogi:

$$^1 E(W) - {}^0 E(W) = 0,905 - 0,400 = 0,505 > C(\text{inf}) = 0,45$$

De konklusie luidt dus:

het is aantrekkelijk de extra gegevens te kopen.

De uitkomst van (10) geeft tevens aan hoeveel de bloembollenfirma bij de doelstelling van winstmaximalisatie maximaal voor de beschreven informatie zou mogen betalen, n.l. het verschil in verwachte winst voor en na de informatie verkrijging, dat is $0,905 - 0,400 = 0,505$ per adres.

Opgemerkt moet worden, dat toepassing van de beschreven methode niet is beperkt tot objectieve gegevens, zoals het geval was bij de frekwentieverdeling van de kenmerken van de potentiële afnemers in het voorbeeld. Ook subjectieve gegevens, gebaseerd op b.v. de mening van een vertegenwoordiger omtrent de reacties van individuele klanten op een bepaalde aanbieding of de verwachte reacties van een konkurrent, kunnen op dezelfde wijze worden gebruikt.

Meerdere aspecten van de uitkomsten

De waarde van extra informatie is in het bovenstaande beoordeeld aan de hand van één aspect van de uitkomsten, n.l. de verwachte extra winst. Meestal zal de verwachte winst ($E(W)$) niet het enige aspect vormen op basis waarvan een keuze wordt gemaakt tussen strategieën die op een verschillende hoeveelheid informatie berusten. Een ander belangrijk aspect van de uitkomsten van een strategie zal de verwachte spreiding van de winst zijn, waarvoor de variantie van de winst (σ_W^2) een maat vormt.

Het is aannemelijk dat de waarde van additionele informatie tegen de achtergrond van deze beide aspecten anders zou kunnen uitvallen. In het geval de beslisser een risicoafkeer heeft zal hij een kleinere spreiding in de uitkomsten positief waarderen.

De variabelen $E(W)$ en σ_W^2 kunnen worden uitgezet op de assen van een tweedimensionale figuur. In deze figuur zouden op basis van de voorkeursordering door de beslisser combinaties van punten $E(W)$ en σ_W^2 kunnen worden aangegeven, waarvoor geldt dat de beslisser deze alternatieven niet verschillend waardeert, m.a.w. de beslisser is indifferent voor deze combinaties van $E(W)$ en σ_W^2 . In figuur 3 zijn voor een aantal niveau's van een preferentie-index P_1 die hoger is naarmate het „nut” groter is, de indifferente combinaties van $E(W)$ en σ_W^2 verbonden tot indifferente krommen. Aangenomen is dat de beslisser een risico-afkeer heeft: voor elk niveau van de

preferentieindex geldt dat een hogere waarde van σ_W^2 steeds gepaard gaat met een hogere $E(W)$.

Aan de hand van figuur 3 en een veronderstelde risico-afkeer kunnen wij opnieuw nagaan welke gevolgen het inwinnen van additionele informatie heeft voor de keuze tussen alternatieve strategieën in ons marketing voorbeeld. Daartoe vergelijken wij de verwachte winst $E(W)$ en de variantie van de winst σ_W^2 vóór het beschikbaar zijn van additionele informatie en bij de beste handeling daarna. De variantie van de winst wordt berekend als

$$(11) \quad \sigma_W^2 = E(W - E(W))^2$$

Het resultaat van de berekening geeft tabel 5.

Figuur 3. Indifferentiekrommen van een beslisser met risicoafkeer

Tabel 5. Bepaling van de beste handeling per kenmerkencombinatie gelet op de verwachte waarde en de variantie der winst bij risico-afkeer.

Kenmerken- combinatie	Verwachte winst bij		Variantie der winst bij		Te kiezen handeling
	C ₁	C ₂	C ₁	C ₂	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
K ₁	5,244	0	34,351	0	?
K ₂	3,129	0	35,241	0	?
K ₃	1,267	0	28,527	0	?
K ₄	- 0,652	0	14,355	0	C ₂
K ₅	- 0,342	0	17,150	0	C ₂
K ₆	- 0,063	0	19,490	0	C ₂
K ₇	- 0,079	0	13,499	0	C ₂
K ₈	- 1,532	0	5,423	0	C ₂

Uit tabel 5 blijkt, dat bij de kenmerkencombinaties K₁ t/m K₃, de enigen die qua verwachte winst aantrekkelijk zijn, strikt genomen geen keuze kan worden gemaakt tussen de handelingen C₁ (= catalogus sturen) en C₂ (= geen catalogus verzenden). Immers bij C₁ is het positief gewaardeerde aspect E(W) in alle drie gevallen hoger dan bij C₂ doch bij het negatief gewaardeerde aspect σ_W^2 is C₂ in het voordeel. Hiermee wordt gedemonstreerd dat, wil men rekening houden met beide aspecten van de uitkomst E(W) en σ_W^2 , kennis nodig is van de preferenties, zoals in figuur 3 tot uitdrukking is gebracht in de indifferentiekurven.

In de praktijk worden verschillen in risico veelal stilzwijgend verwaarloosd n.l. in al die gevallen waarin de keuze tussen alternatieve handelingen uitsluitend op de verwachte waarde wordt gebaseerd. In figuur 3 zouden deze alternatieven als de punten A en B kunnen worden aangegeven. Zou alternatief A maar iets rechts van de verticale stippellijn door B vallen dan zou bij een keuze die uitsluitend op de verwachte waarde is gebaseerd alternatief A boven B worden geprefereerd. Zou men ook met de mate van onzekerheid rekening houden, dan zouden de beide alternatieven via de indifferentiekurven tot vergelijkbare waarden kunnen worden herleid. Men zou ze kunnen herleiden tot de risicovrije waarden A¹ en B¹, die even hoog worden gewaardeerd als resp. A en B, en daarbij dan kunnen konstaten dat alternatief B aantrekkelijker is dan alternatief A.

Terugkerend naar de waardebepaling van aanvullende informatie zouden voor het geval van risico-afkeer twee casusposities kunnen worden onderscheiden bij beschouwing van E(W) en σ_W^2 .

- 1 Zonder kennis van de *mate* van risicoafkeer is een éénduidige keuze uit alternatieven mogelijk.
 - a. De extra verwachte winst van de strategie met extra informatie overtreft de kosten van extra informatie en de verwachte variantie van de uitkomsten is gelijk of kleiner (voorbeeld: positie van alternatief C t.o.v. alternatief B in figuur 2).
 - b. De extra verwachte winst van de strategie met meer informatie is gelijk aan de kosten van de extra informatie maar de verwachte variantie is kleiner met dan zonder die informatie (vergelijk de posities van alternatief B en A in figuur 2).
 - c. De extra verwachte winst van de strategie met extra informatie is kleiner dan de kosten van extra informatie en de verwachte variantie van de uitkomsten is gelijk of groter dan bij de strategie zonder extra informatie.

In de gevallen 1a en 1b is het aantrekkelijk de extra informatie te nemen, in het geval 1c is dit niet aantrekkelijk.
- 2 Zonder kennis van de *mate* van risicoafkeer is een keuze uit de alternatieven *niet* mogelijk.
 - a. Het alternatief met extra informatie geeft een extra verwachte winst die groter of gelijk is aan de kosten van de extra informatie, en tegelijkertijd is de verwachte variantie van de uitkomsten hoger.
 - b. Het alternatief met extra informatie geeft een extra verwachte winst kleiner dan de kosten van de extra informatie en de variantie is kleiner dan zonder extra informatie.

In deze gevallen kan geen uitspraak worden gedaan omtrent de wenselijkheid van het inwinnen van extra informatie.

In tabel 5 werden we bij de kenmerkencombinaties 1 t/m 3 al geconfronteerd met casuspositie 2.

Indien nu voor het voorbeeld van tabel 5 wordt verondersteld dat de risicoafkeer zodanig is dat bij K_1 t/m K_3 de handeling C_1 de beste is, dan leidt de preposteriori analyse tot het overzicht dat in tabel 6 wordt gepresenteerd.

Tabel 6. Vergelijking van de strategieën naar de verwachte waarde en de variantie van de winst

Strategie	Mogelijke handelingen C_h (1)	Verwachte winst $E(W_{S_i})$ (2)	Variantie der winst $\text{var}(W_{S_i})$ (3)
S_1	C_1	0,4	23,0
	C_2	0	0
S_2	Beste C_h bij elke K_i	0,905	12,514

In deze tabel is S_1 de strategie, waarbij geen additionele informatie wordt

ingewonnen, en S_2 die waarbij dit wel het geval is. Voor strategie 1 valt de keuze t.a.v. de handelingen C_1 en C_2 onder casuspositie 2. Zou voor S_1 de keuze vallen op handeling C_2 , dan valt de vergelijking van S_1 met S_2 onder casuspositie 2: zonder de mate van risicoafkeer te kennen, is dan geen uitspraak omtrent de wenselijkheid van het inwinnen van meer informatie mogelijk.

Zou de mate van risicoafkeer zodanig zijn dat voor strategie S_1 de keuze uitvalt ten gunste van C_1 , dan volgt de waardebepaling van de additionele gegevens uit vergelijking van het resultaat van deze handeling C_1 bij strategie S_1 en de combinatie van de beste C_h 's bij strategie S_2 .

De keuze ten aanzien van het al of niet inwinnen van extra gegevens blijkt in dit geval te vallen onder casuspositie 1: de extra verwachte winst ($0,905 - 0,4 = 0,505$) is groter dan de kosten van de extra informatie (0,4) terwijl tevens de variantie bij S_2 kleiner is dan bij S_1 (12,5 resp. 23,0). De waarde van de additionele informatie is kennelijk nog groter dan in het voorgaande, waar alleen op de verwachte winst werd gelet, is berekend.

Samenvatting

De methode van de Bayesiaanse decisieanalyse werd beknopt besproken en gebruikt voor het afleiden van een beslissingsregel ter bepaling van de waarde van aanvullende informatie. De Bayesiaanse decisieanalyse stelt de beslisser in staat om nieuwe informatie op consistente wijze in de beslissingen te verwerken. Met behulp van *à priori* en *à posteriori* waarschijnlijkheden kunnen verwachte waarden van aspecten van de uitkomsten (b.v. verwachte winst) worden gebruikt om de mogelijke strategieën te vergelijken.

De analyse kan worden uitgebreid tot meer dan één aspect van de uitkomsten. De gevolgen daarvan werden onderzocht voor het geval dat niet alleen de verwachte waarde maar ook de variantie van de uitkomsten (= een maatstaf voor de spreiding van de uitkomsten) wordt gebruikt. De methode werd toegelicht aan de hand van een voorbeeld uit de marketing.

Enige literatuur

BOUMA, J. L.: Leerboek der bedrijfseconomie, deel II. Wassenaar, 1971 (verschijnt binnenkort).

FRANK, R. E. en GREEN, P. E.; Quantitative Methods in Marketing. Englewood Cliffs, 1967.

GREEN, P. E. en TULL, D. S.; Research for Marketing Decisions. Englewood Cliffs, 1967.

MARKOWITZ, H. M.; Portfolio Selection. New York, 1959.

SCHLAIFER, R.; Probability and Statistics for Business Decisions. New York, 1959.

SHELLY, M. W. en BRIAN, G. L.; Human Judgements and Optimality. New York, 1964.